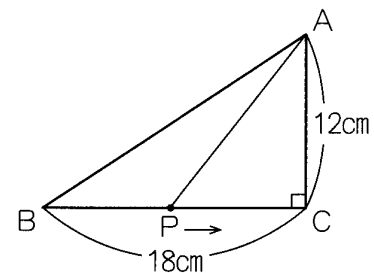


例題 1

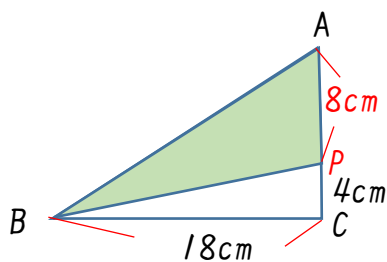
右の図のような直角三角形 ABC があります。点 P は B を出発して、秒速 2 cm で辺上を $B \rightarrow C \rightarrow A$ の順に動きます。

- (1) 点 P が出発してから 11 秒後の三角形 ABP の面積は何 cm^2 ですか。
- (2) 三角形 ABP の面積が 36cm^2 になるのは、点 P が出発してから何秒後と何秒後ですか。



- (1) P が 11 秒間に動いた きょり は、
 $2 \times 11 = 22(\text{cm})$

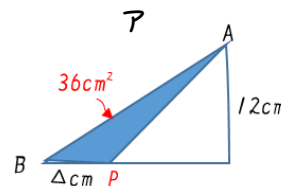
C までが 18cm ですから P は C を通り過ぎて、さらに $(22 - 18 =) 4\text{cm}$ 進みます。



$AP = (12 - 4 =) 8\text{cm}$ ですから、
 三角形 ABP の面積は、
 $8 \times 18 \div 2 = 72(\text{cm}^2)$

72cm^2

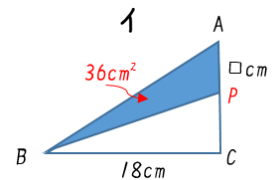
- (2) 面積が 36cm^2 になるのは、下の図のように 2 通りあります。



アの場合、

$$\begin{aligned} BP = \Delta \text{cm とすると、} \quad \Delta \times 12 \div 2 &= 36 \\ \Delta &= 36 \times 2 \div 12 \\ &= 6\text{cm} \end{aligned}$$

このときの かかる時間は、
 $6 \div 2 = 3 \text{ 秒} \cdots \text{ア}$



イの場合、

$$\begin{aligned} AP = \square \text{cm とすると、} \quad \square \times 18 \div 2 &= 36 \\ \square &= 36 \times 2 \div 18 \\ &= 4\text{cm} \end{aligned}$$

このときの B-C-P の長さは、
 $(18 + 12) - 4 = 26\text{cm}$

P が 26cm 進んだときですから、
 かかる時間は、
 $26 \div 2 = 13 \text{ 秒} \cdots \text{イ}$

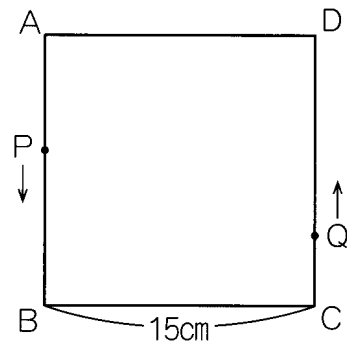
3 秒後と 13 秒後

テキストは四谷大塚でお買い求めください。

中学受験のヘクトパスカル

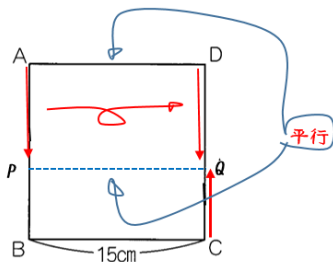
例題2

右の図のような正方形 ABCD があります。点 P は A を出発して秒速 5 cm で、点 Q は C を出発して秒速 3 cm で、それぞれ矢印の方向に辺上をまわり続けます。点 P と点 Q が同時に出発するとき、



- (1) 直線 PQ がはじめて辺 AD と平行になるのは、2 点が出発してから何秒後ですか。
- (2) 点 P と点 Q がはじめて D を同時に通過するのは、2 点が出発してから何秒後ですか。
- (3) 点 P と点 Q が 3 回目に D を同時に通過するのは、2 点が出発してから何秒後ですか。

(1) PQ が AD と平行になるのは、左の図のようになります。



AP=DQ ですから、P と Q の進んだ距離の和は 15cm です。

※すれちがい(出会い)の問題です。

したがって、かかる時間は、

$$15 \div (5+3) = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8} \text{ (秒)}$$

$1\frac{7}{8}$ 秒後

(2) P がはじめて D につく時間は、 $(15 \times 3) \div 5 = 9$ 秒後 Q は $15 \div 3 = 5$ 秒後
その後は 1 周分になるので、P は $(15 \times 4) \div 5 = 12$ 秒ごと Q は $(15 \times 4) \div 3 = 20$ 秒ごと
すなわち、

P と Q が D を通るのは出発してから、

P...9 秒後, $(9+12=)$ 21 秒後, $(21+12=)$ 33 秒後, $(33+12=)$ 45 秒後...

Q...5 秒後, $(5+20=)$ 25 秒後, $(25+20=)$ 45 秒後, $(45+20=)$ 65 秒後...

したがって、はじめて D を同時に出発するのは、45 秒後です。

45 秒後

(3) どちらも、D からスタートしたとき、

P は 12 秒ごと、Q は 20 秒ごとに D にもどりますから、12 と 20 の最小公倍数の 60 秒ごとに同時に D にいることになります。

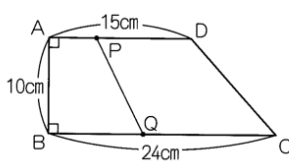
したがって、D を同時に通過するのは、

1 回目...45 秒後 2 回目... $45+60=105$ 秒後 3 回目... $105+60=165$ 秒後

165 秒後

例題3

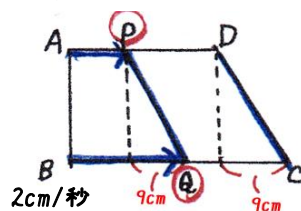
右の図のような台形 $ABCD$ があります。点 P は A を出発して、秒速 1cm で辺 AD 上を往復し続けます。点 Q は B を出発して、秒速 2cm で辺 BC 上を往復し続けます。点 P と点 Q が同時に出発するとき、



- (1) 四角形 $ABQP$ の面積がはじめて 75cm^2 になるのは、2 点が出発してから何秒後ですか。
- (2) 直線 PQ がはじめて辺 DC と平行になるのは、2 点が出発してから何秒後ですか。
- (3) 直線 PQ がはじめて辺 AB と平行になるのは、2 点が出発してから何秒後ですか。

(2)

1cm/秒

 BC と AD の長さの差は、

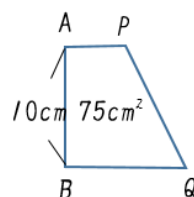
$$24 - 15 = 9\text{cm}$$

四角形 $PQCD$ が平行四辺形になるためには BQ と AP の差も 9cm にならなければならない。

P と Q の位置の差が 9cm になるのは、 $9 \div (2 - 1) = 9$ 秒後

9 秒後

(1) 高さが 10cm の台形の面積が 75cm^2 になるときを考えます。



$$(AP + BQ) \times 10 \div 2 = 75$$

$$AP + BQ = 75 \times 2 \div 10 = 15\text{cm}$$

P は 1 秒で 1cm Q は 1 秒で 2cm / 秒で合計 $(1 + 2) = 3\text{cm}$ うごきますから、

15cm になるのは、

$$15 \div 3 = 5 \text{ 秒後}$$

5 秒後

(3) Q の方が速いので、

PQ と AB がはじめて平行になるのは、 Q が C をおり返した後です。

このとき、「 P が D の手前」か「 D をおり返した後」かをチェックしなければなりません。

■ P が D に着くのは $(15 \div 1) = 15$ 秒後

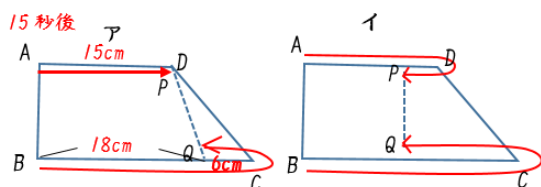
このとき、

Q は B から $(2 \times 15) = 30\text{cm}$ で、 C から $(30 - 24) = 6\text{cm}$ 地点にいます。

↓

したがって、 PQ と AB が平行になるのは、 P も D をおり返してからになります。

下の図の I の形になります。

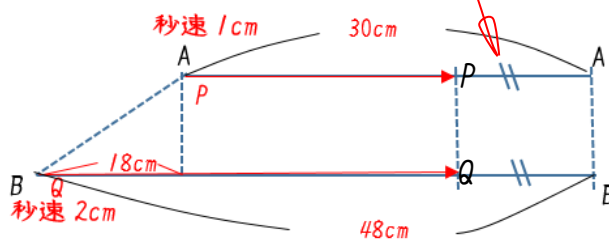
左下の I を考えます。

このような状態になるのは、

$$P \text{ が } (\text{往復} - AP) = 15 \times 2 - AP = 30 - AP (\text{cm})$$

$$Q \text{ が } (\text{往復} - BQ) = 24 \times 2 - BQ = 48 - BQ (\text{cm})$$

$AP = BQ$ ですから、下のようになります。



$(48 - 30) = 18\text{cm}$ の差が 0 になったときです。

(追いつき問題)

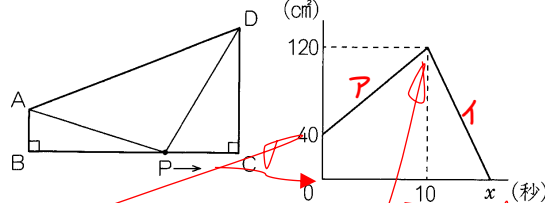
$$18 \div (2 - 1) = 18 (\text{秒後})$$

18 秒後

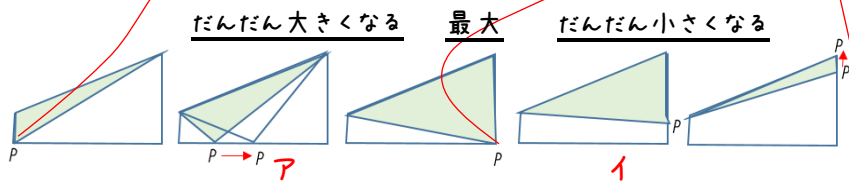
例題 4

(図 1) のような台形 ABCD (図 1)

があります。点 P は B を出発して、秒速 2 cm で辺上を B → C → D の順に動きます。(図 2) のグラフは、点 P が出発してからの時間と、三角形 APD の面積の関係を表したものです。



- (1) (図 1) の辺 AB, 辺 DC の長さはそれぞれ何 cm ですか。
- (2) (図 2) の x にあてはまる数を求めなさい。
- (3) 三角形 APD の面積が 80 cm^2 になるのは、点 P が出発してから何秒後と何秒後ですか。



(2)

x は点 P が D につくまでの時間です。

CD 間(△)にかかる時間は、

$$12 \div 2 = 6 \text{ 秒}$$

したがって、

$$10 + 6 = 16 \text{ (秒)}$$

16

(1)

P は BC 間を 10 秒かかっていますから、BC の長さは、

$$2 \times 10 = 20 \text{ (cm)}$$

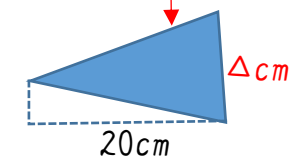
P が出発する前の面積は 40 cm^2 なので、

$$\square \times 20 \div 2 = 40$$

↓

$$\square = 40 \times 2 \div 20 = 4 \text{ cm} \cdots \text{辺 AB の長さ}$$

次に、面積が最大になったとき (120 cm^2) のときを考えます。



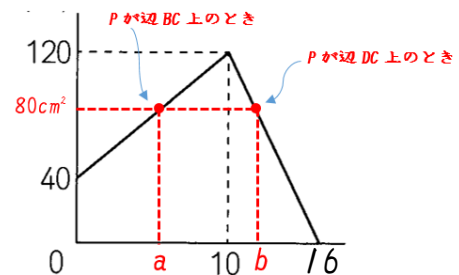
$$\Delta \times 20 \div 2 = 120$$

↓

$$\Delta = 120 \times 2 \div 20 = 12 \text{ cm} \cdots \text{辺 DC の長さ}$$

辺 AB $\cdots 4 \text{ cm}$ 辺 DC $\cdots 12 \text{ cm}$

(3) P が上のグラフの アとイのときに面積が 80 cm^2 になります。



P が辺 BC 上にあるとき、10 秒で $(120 - 40) = 80 \text{ cm}^2$ 増えているので、

1 秒で $(80 \div 10) = 8 \text{ cm}^2$ 増えます。

$(80 - 40) = 40 \text{ cm}^2$ 増えるのにかかる時間は、

$$40 \div 8 = 5 \text{ 秒} \cdots a$$

P が DC 上にあるとき、 $(16 - 10) = 6$ 秒で 120 cm^2 減っているのを、

1 秒で $(120 \div 6) = 20 \text{ cm}^2$ 減ります。

$(120 - 80) = 40 \text{ cm}^2$ 減るのにかかる時間は、

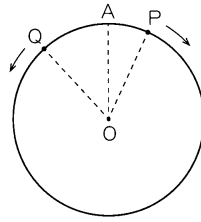
$$40 \div 20 = 2 \text{ 秒}$$

したがって、 $10 + 2 = 12 \text{ 秒} \cdots b$

5 秒後と 12 秒後

例題5

右の図のような、Oを中心とする円の周上を、
2点P、QがAを同時に出発して、それぞれ一定
の速さで矢印の方向にまわります。1周するの
にかかる時間は、点Pは40秒 点Qは24秒です。



- (1) 2点が出発してから9秒後の角POQの大きさは何度ですか。小さい方の角度を答えなさい。
(2) 出発した後、点Pと点Qがはじめて重なるのは、2点が出発してから何秒後ですか。
(3) 角PAQがはじめて直角になるのは、2点が出発してから何秒後ですか。

(1) ・Pは中心角 360 度をまわるのに 40 秒かかる
1 秒で $(360 \div 40 =) 9$ 度まわる。

・Qは中心角 360 度をまわるのに 24 秒かかる
1 秒で $(360 \div 24 =) 15$ 度まわる。

1 秒間に $(9 + 15 =) 24$ 度角度が開くので、
9 秒後では、 $24 \times 9 = 216$ 度
小さい方の角度は、 $360 - 216 = 144$ 度

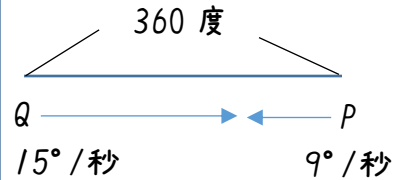
注意!

144 度

(2)

すれちがい(出会い)の問題

重なる=出会う(すれちがい)

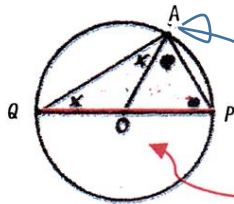


$$360 \div (15 + 9) = 15 (\text{秒後})$$

15 秒後

(3)

三角形の1辺が直径であるとき直角三角形になります。



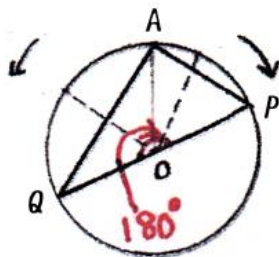
左の図で、AとIの三角形はどちらも半径が同じですから
二等辺三角形です。 $\Rightarrow \bullet = \bullet \quad X = X$ です。

★PQは直径

三角形APQで、 $\bullet + \bullet + X + X = 180^\circ \Rightarrow \bullet + X = 90^\circ$
よって、

角A=90°となります。

PとQは反対向きに進むので PQが直線 になるときが 直角三角形 になるときです。



PとQが180°はなれたとき

1 秒で 24 度開くので 180 度になるのは、
 $180 \div 24 = 7.5 (\text{秒後})$

7.5 秒後