

発展例題1 ★★★ (応用) <<すれちがいと追いこしの周期性>>

難関校対策

兄と弟の歩く速さの比は5:2です。兄はP地点を、弟はQ地点を同時に出発して、PQ間を何往復か歩き、兄がP地点に、弟がQ地点にはじめて同時に戻ったところで歩くのをやめました。兄は出発してから21秒後に、はじめてQ地点を折り返しました。

- (1) 2人が歩くのをやめたのは、出発してから何秒後ですか。
- (2) 2人が同じ地点を同時に通過したのは何回ありますか。

(1) 速さと進む道のりの比は同じなので、兄が5進み、弟が2進んだとき、すなわち、

姉が5往復、弟が2往復したときが歩くのをやめたときです。

兄は片道21秒ですから、
 $21 \times 2 \times 5 = 210$ (秒後)

歩くのをやめた = 出発点に戻った ⇒ 210秒後

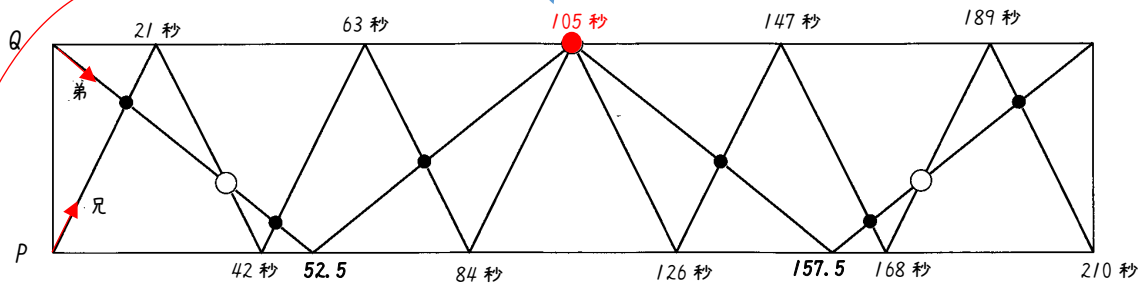
210秒後

(2) グラフでの解法のみです。

「2人が同じ地点を通過する回数」とは、グラフをかいたときの交点の数です。ゴールする前に反対側の地点で2人が出会うことも考えられるので片道の時間をもとにグラフをかきます。

片道にかかる時間は 兄21秒、弟 $105 \div 2 = 52.5$ 秒 ですから、

兄...21 42 63 84 105 126 147 168 189 210
 弟...52.5 105 157.5 210



グラフの●は出会ったとき、○は兄が弟を追い抜いたとき、105秒のときは同じ地点にいたときです。

したがって、求める回数は9回です。

9回

(注) $52.5 = \frac{105}{2}$ より、弟が片道2回するとき105秒となり兄と同じ地点にいます。