

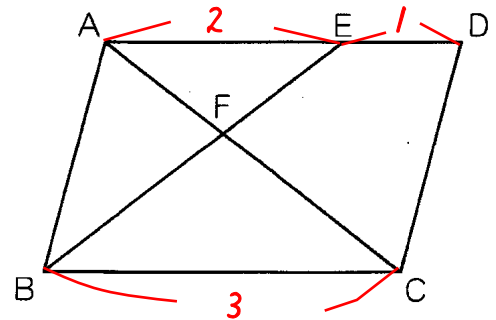
例題 1

右の図は、平行四辺形 $ABCD$ の中に直線を 2 本引いたもので、

$$AE : ED = 2 : 1$$

です。

- (1) $AF : FC$ を求めなさい。
- (2) 四角形 $EFCD$ の面積は平行四辺形 $ABCD$ の面積の何倍ですか。



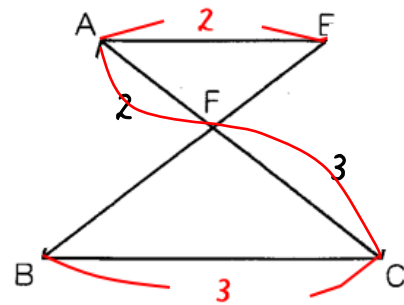
$$(1) \quad BC = AD = (AE + ED) = 3$$

↓

三角形 FAE と 三角形 FCB は $2 : 3$ の **クロス型** の相似形です。

$$\text{したがって、} \underline{AF : FC} = AE : BC = \underline{2 : 3}$$

$$\boxed{2 : 3}$$



(2) 右の図で、

ア を 三 角 形 小

(**ア** + **イ**) を 三 角 形 大 と する と、

$$\frac{\text{小}}{\text{大}} = \frac{2}{2+1} \times \frac{2}{2+3} = \frac{4}{15}$$

↓

三角形 ACD (大) を 1 と する と、

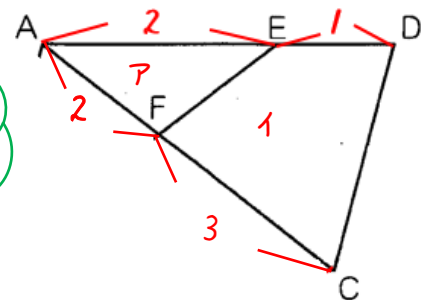
$$\text{イ は } 1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15} \quad \dots \text{ 三角形 } ACD \text{ の } \frac{11}{15} \text{ という こと。}$$

三角形 ACD は 平行四辺形の $\frac{1}{2}$ だから、

四角形 $EFCD$ (イ) は 全体 の

$$\frac{1}{2} \times \frac{11}{15} = \frac{11}{30}$$

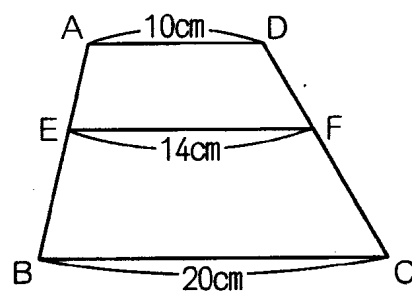
$$\boxed{\frac{11}{30}}$$



第 3 回 例 題 3
の パ タ ー ン 2 を
参 照

例題2

右の図は、台形 $ABCD$ の中に直線を 1 本引いたもので、 AD と BC と EF は平行です。 $AE : EB$ を求めなさい。



右の図のように A から DC に平行な直線 AH を引きます。

四角形 $AHCD$ は平行四辺形になりますから、

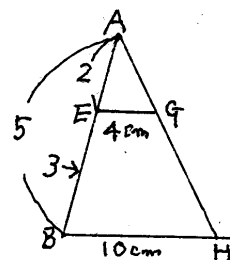
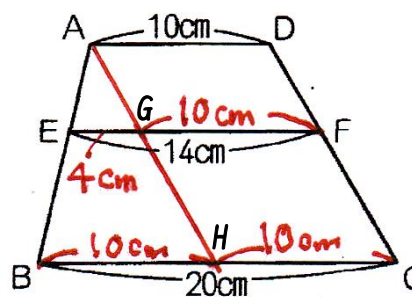
$$AD = GF = HC = 10\text{cm}$$

三角形 AEG と 三角形 ABH はピラミッド型の相似形ですから、

$$AE : AB = 4\text{cm} : 10\text{cm} = 2 : 5$$

したがって、

$$\underline{AE : EB} = 2 : (5-2) = \underline{2 : 3}$$

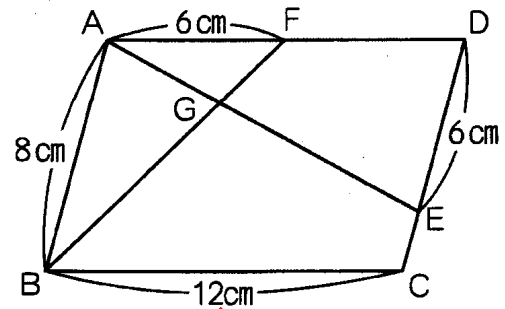


$2 : 3$

例題3

右の図は、平行四辺形 $ABCD$ の中に直線を
2 本引いたものです。 $FG : GB$ を求めなさい。

面積比による解法は次ページ



右の図のように、

直線 AE の延長線と直線 BC の延長線
の交点を H とします。

赤枠の2つの三角形はクロス型の相似ですから、

$$AD : HC = DE : CE = 6\text{cm} : 2\text{cm} \\ = 3 : 1$$

$$AD = BC = 12\text{cm} \text{ より, } CH = 12 \times \frac{1}{3} = 4(\text{cm})$$

↓

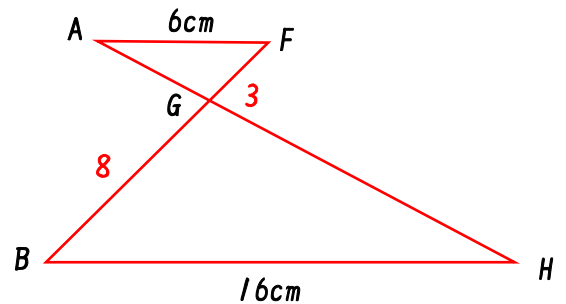
$$BH = (12 + 4) = 16(\text{cm})$$

次に右の図の相似を考えます。

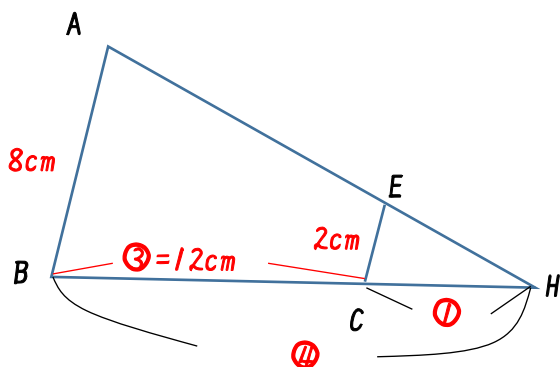
この2つの三角形もクロス型の相似形ですから、

$$\underline{FG : GB} = 6\text{cm} : 16\text{cm} = \underline{3 : 8}$$

$$3 : 8$$



[ここから CH の長さをだすこともできます。]

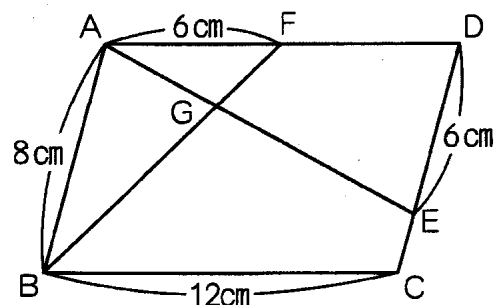


面積比による解法は次ページ

例題 3

右の図は、平行四辺形 $ABCD$ の中に直線を
2 本引いたものです。 $FG : GB$ を求めなさい。

<面積比を使う解法>



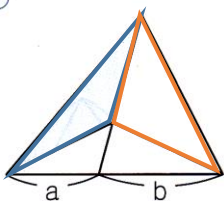
予習シリーズ P87, P89 参照

下の①, ②, ③のどの図についても、青の部分とオレンジの部分の面積について、

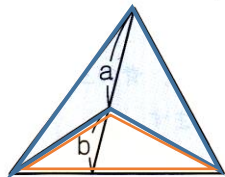
青 : オレンジ = $a : b$

が成り立つ。

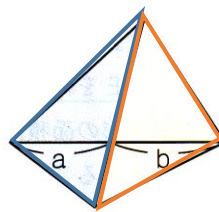
①



②



③



次の公式のパターン 3 を使います。

右の図の 赤 : 青 の面積の比が $a : b$ です。

三角形 ADE と 三角形 ABE の面積比は AE が共通
ですからから、

$$6\text{cm} : 8\text{cm} = \boxed{3} : \boxed{4}$$

赤の部分は 三角形 ADE の $\frac{1}{2}$ ですから、

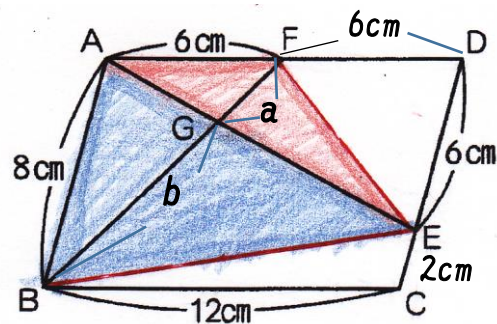
$$\boxed{3} \times \frac{1}{2} = \boxed{1.5}$$

F は AD の中点

↓

$$\underline{a : b} = 1.5 : 4 = \underline{3 : 8}$$

$$\boxed{3 : 8}$$



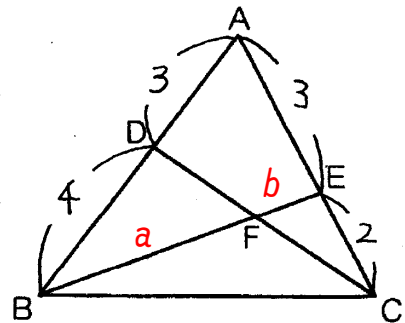
例題 4

右の図は、三角形 ABC の中に直線を 2 本引いた
ものです。

$$AD : DB = 3 : 4$$

$$AE : EC = 3 : 2$$

のとき、 $BF : FE$ を求めなさい。



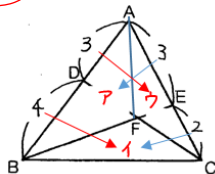
[解 1] A と F を結び 3 つの三角形に分けます。

P87 公式参照

$$ア : イ = 3 : 2 \Rightarrow \underline{6 : 4}$$

$$ウ : イ = 3 : 4$$

イを 4 にそろえる



$$ア : イ : ウ = 6 : 4 : 3$$

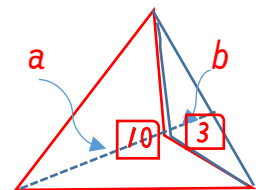
a : b を求めます から、公

式より、

$$(ア + イ) : ウ = (6 + 4) : 3$$

$$= \underline{10 : 3}$$

$$10 : 3$$



[解 2] D と E を結びます。

青の面積を 4 とすると、

三角形 ADC の面積は 3

すると、 $AE : EC = 3 : 2$ だから、

三角形 DEC の面積は

$$3 \times \frac{2}{3+2} = \frac{6}{5}$$

右の図で、

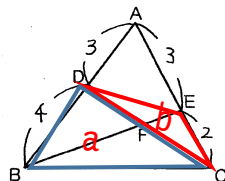
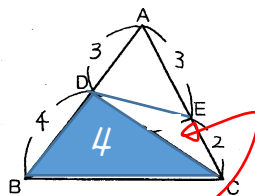
青枠の面積 : 赤枠の面積

$$= 4 : \frac{6}{5}$$

$$= 20 : 6$$

$$= \underline{10 : 3}$$

$$10 : 3$$



[解 3] E から CD に平行な直線 EG を引きます。

赤枠の三角形に着目

すると、

$$\underline{AG : GD} = AE : EC$$

$$= \underline{3 : 2}$$

$AD = ③$ ですから、 GD を $\bigcirc$ で表すと、

$$GD = 3 \times \frac{2}{3+2} = \left(\frac{6}{5} \right)$$



$$\underline{BD : DG(GD)} = 4 : \frac{6}{5} = \underline{10 : 3}$$

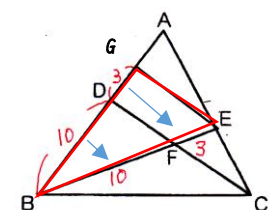
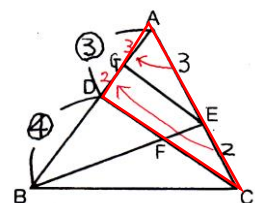
次に、三角形 BEG に

着目すると、

$$BF : FE = BD : DG$$

$$= \underline{10 : 3}$$

$$10 : 3$$



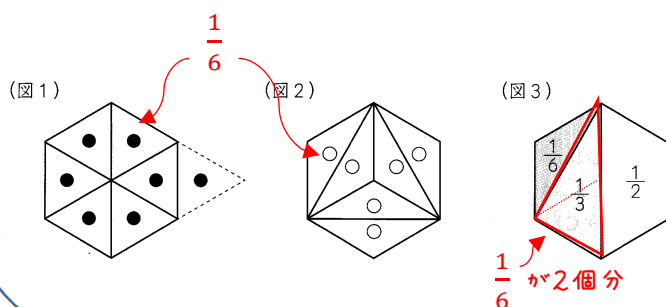
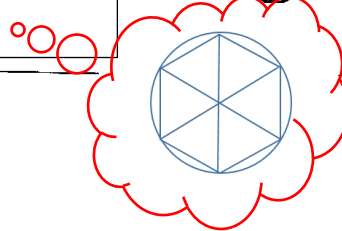
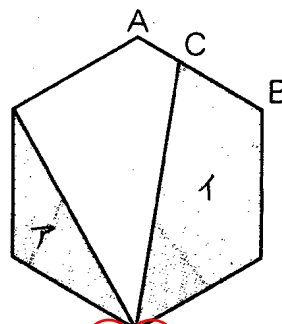
例題5

右の図は、面積が 90cm^2 の正六角形の中に直線を2本引いたもので、

$$AC:CB=1:2$$

です。図形ア、イの面積はそれぞれ何 cm^2 ですか。

円に内接するように半径を1辺とする正三角形を6個かくと正六角形になります。(※これが基本です。)



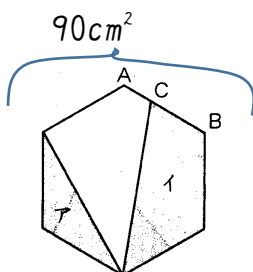
(1)

アの面積は、上の(図2)

パターンですから、

$$90 \times \frac{1}{6} = 15(\text{cm}^2)$$

$$15\text{cm}^2$$



(2)

イを a と b に分けます。

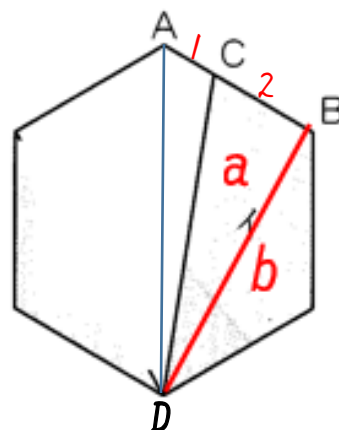
三角形 ADB は(図3)のパターンですから全体の $\frac{1}{3}$

$$\Rightarrow a \text{ は } \frac{1}{3} \times \frac{2}{1+2} = \frac{2}{9} \quad b \text{ は } \frac{1}{6}$$

したがって、イの面積は、

$$90 \times \left(\frac{2}{9} + \frac{1}{6} \right) = 90 \times \frac{7}{18} = 35(\text{cm}^2)$$

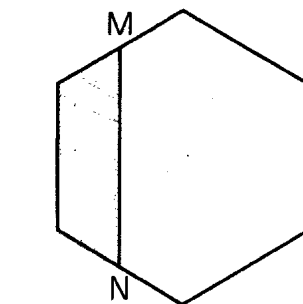
$$35\text{cm}^2$$



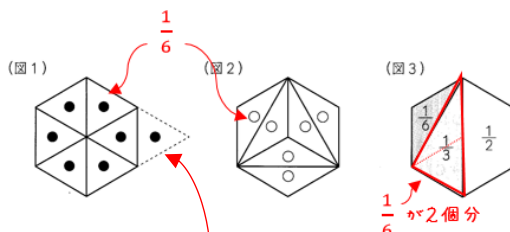
例題6

難関校対策

右の図は、面積が 48cm^2 の正六角形の中に直線を1本引いたもので、点M、Nはどちらも辺の真ん中の点です。色のついた部分の面積は何 cm^2 ですか。



[参考]



[解 1]

右の図のように
4つの三角形に分け
ます。

アは(図2)の○の
半分ですから、

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12} \dots \text{ア}$$

エはアは(図3)赤枠の半分ですから、

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \dots \text{エ}$$

$$\text{ア} + \text{イ} + \text{ウ} + \text{エ} = \frac{1}{2} \quad \text{より、}$$

$$\text{イ} + \text{ウ} = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{4}$$

$$\text{イ} = \text{ウ} \quad \text{より、イは} \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \dots \text{イ}$$

求める面積は、ア+イ なので、

$$48 \times \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{8} \right) = 10 (\text{cm}^2)$$

$$10\text{cm}^2$$

[解 2]

ABとDCを
延長し、
その交点をP
とします。

三角形PBCは中にできる正三角形と合同です。

したがって、

$$AM=1 \quad \text{とすると、} \quad AM=BM=1 \Rightarrow PB=2$$

ここで、

三角形PBCと

三角形PMNの相似比は

$$2 : (2+1) = 2 : 3$$



三角形PBCと三角形PMNの面積比は

$$(2 \times 2) : (3 \times 3) = 4 : 9$$

色付き部分の面積の比は $(9-4)=5$

求める面積は 正三角形の $\frac{5}{4}$ 倍です。

$$48 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{4} = 10 (\text{cm}^2)$$

$$10\text{cm}^2$$

