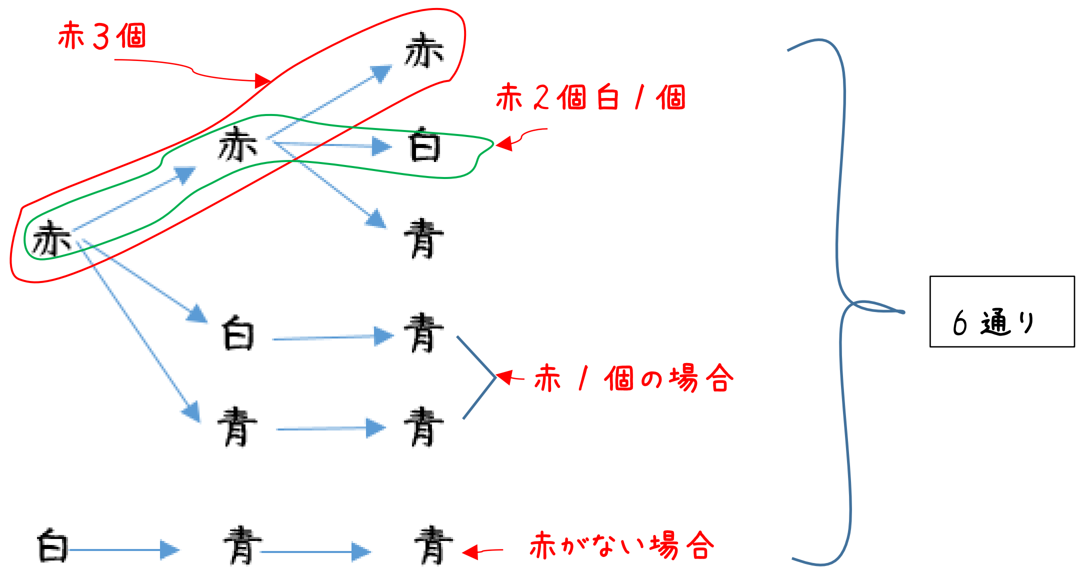
例題1

赤いボールが3個，白いボールが1個，青いボールが2個あります。これらの6個のボールの中から3個を選ぶとき，ボールの組み合わせは何通りありますか。

[解1]

注意！順番を変えない。

赤⇒白⇒青 の順に 個数に注意しながら樹形図をかいていきます。



[解2]

赤が0個のとき，1個のとき，2個のとき，3個のときを合計が3個になるように決めていきます。

赤(3個)	白(1個)	青(2個)
0	1	2
1	1	1
1	0	2
2	1	0
2	0	1
3	0	0

6通り

例題2

(1)　A，B，C，D，Eの5人の中から日直を2人選びます。日直の組み合わせは何通りありますか。

(2)　A，B，C，D，E，F，Gの7人の中からそうじ当番を3人選びます。そうじ当番の組み合わせは何通りありますか。

(1)

(A→B　B→A)を往復切符とすると，

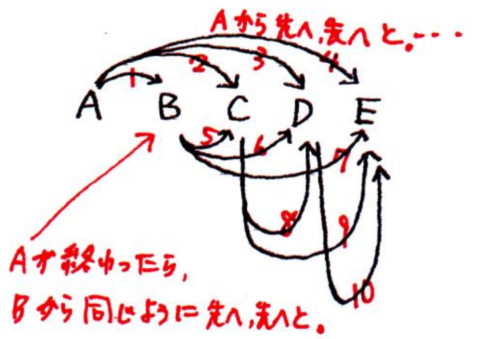
(A→B)は片道切符　です。

この問題のように　日直とか掃除当番などは

A-B　も　B-A も同じ　なので

片道切符　の考えです。

片道切符の場合「先へ」「先へ」と数えていきます。



上の図から　10通りであることが分かります。

10通り

[計算方法]

1人目の選び方・・5通り

（A,B,C,D,Eから1人選ぶ）

2人目の選び方・・4通り

（残りの4人から1人選ぶ）

5×4=20通り

これは，A=B　B-Aも含まれているので，

(2×1)すなわち，2で割ります。

20÷2=10通り

10通り

(2)　この問題を樹形図でやるのは大変です。

計算の方法を覚えましょう。

1人目　2人目　3人目

7通り × 6通り × 5通り ＝ 210通り

この中には，例えば，

(ABC)(ACB)(BAC)(BCA)(CAB)(CBA)の6通りが含まれています。(ABC)の1通りを選べばよいので　(3x2x1=)6でわります。

210÷6=35通り

35通り

[公式]

N人から2人（個）選ぶ

$$\frac{N\times(N-1)}{2\times1}$$

2でわる

N人から3人（個）選ぶ

$$\frac{N\times(N-1)\times(N-2)}{3\times2\times1}$$

6でわる

例題3

A，B，C，D，E，Fの6人の男子とP，Q，Rの3人の女子がいます。この中からそうじ当番を4人選びます。次の場合，そうじ当番の選び方はそれぞれ何通りありますか。

(1) 男子だけから4人を選ぶ場合

(2) 男子から3人，女子から1人を選ぶ場合

(1)

男子6人

A B C D E F

ここから4人選びます。

右の説明より，「6人から2人選ぶ」と同じことになります。

↓

(1人目) (2人目)

6通り × 5通り

↓

2でわる

$\frac{6\times5}{2\times1}$ = 15通り

例えば，

6人の中から5人選ぶと1人が残ります。

1人が選ばれる。

6人の中から4人選ぶと2人が残ります。

2人が選ばれる。

15通り

(2)

男子は6人から3人選ぶ

↓

$\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}$ = 20通り

女子は3人から1人選ぶ

↓

3通り

男子20通り

女子3通り

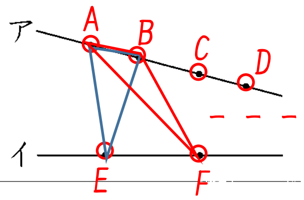
積の法則

20×3=60通り

60通り

例題4

右の図のように，直線アの上に4個の点，直線イの上に2個の点があります。これらの6個の点のうちの3個を頂点とする三角形は何個できますか。



3個の点があれば三角形は1つできますから，上の図の6点から3点を選びます。

ただし，ア上の3点(一直線上)では三角形はできませんから その数を引きます。

(6点から3点を選ぶ)

$\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}$ ＝ 20通り

公式を使う

ここで，ア上に3点がある場合の数を引きます。

(4点から3点を選ぶ)

⇕

「4点から(4−3=)1点を選ぶ」と同じ

ポイント

↓

4通り

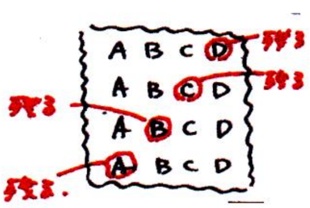
したがって，求める個数は，

20−4=16個

16個

［復習］

4点から3点を選ぶ ＝ 4点から(4−3=)1点を選ぶ と同じ



A, B, C を選ぶと Dが残る ⇒ Dが選ばれたと同じ

A, B, D を選ぶと Cが残る ⇒ Cが選ばれたと同じ

− − −

− − −

例題5

{0, 1, 2, 3, 4}の5枚のカードがあります。このうちの3枚をならべて3けたの整数を作るとき，3の倍数は何通りできますか。ただし，「各位の数字の和が3の倍数のとき，その整数は3の倍数になる。」という性質を利用してかまいません。

倍数の見分け方
- 2の倍数…一の位の数字が偶数
- 3の倍数…各位の数字の和が3でわり切れる
- 4の倍数…下2けたの数が4でわり切れるか00
- 5の倍数…一の位の数字が0か5
- 8の倍数…下3けたの数が8でわり切れるか000
- 9の倍数…各位の数字の和が9でわり切れる

3枚のカードの和が 3の倍数 になるのは次のア，イ，ウ，エ の組み合わせのときです。

● 0が入る場合

(0, 1, 2)　(0, 2, 4)の組み合わせのとき
ア　　　　イ

アの場合，百の位に0はないので，

102
120
201
210

4通り

イの場合も同じ4通り

● 0が入らない場合

(1, 2, 3)　(2, 3, 4)の組み合わせのとき
ウ　　　　エ

ウの場合

123
132
213
231
312
321

6通り

エの場合も同じ 6通り

したがって，求める通り数は，

$4+4+6+6=20$ 通り

20通り

例題6

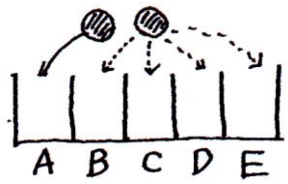
(1)　黒玉が2個，白玉が3個あります。これらの5個の玉を横1列にならべるとき，ならべ方は何通りありますか。

(1)　まず，玉が5個入る箱をかきます。

数の少ない黒玉2個から箱の中に入れていきます。

黒2個の場所が決まれば残りの3つの場所は自動的に白の場所になります。

5個から2個選ぶ　⇒　$\frac{5\times4}{2\times1}$ = 10通り



2個のおき方は，「5つの場所から2つの場所を選ぶ」方法です。

A-B　A-C　A-D　A-E
B-C　B-D　B-E
C-D　C-E
D-E

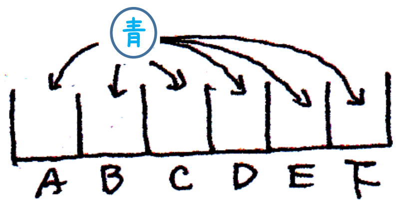
10通り

$\boxed{10通り}$

(2)　白玉が3個，黒玉が2個，青玉が1個あります。これらの6個の玉を横1列にならべるとき，ならべ方は何通りありますか。

(2)　まず，玉が6個入る箱をかきます。

数の一番少ない青玉1個から箱の中に入れていきます。



■　青玉1個の並べ方は A～F の6通りです。

■　白3個と黒2個は(1)と同じ問題になりますから　10通り　です。

青玉の1つの並び方に対して　10　通りの並び方があるので，積の法則　です。

6×10=60 通り

$\boxed{60通り}$

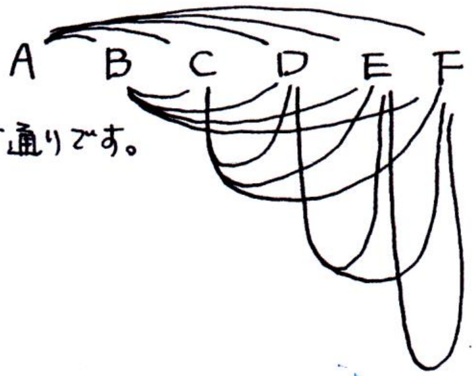
例題7

野球の大会に6チームが参加しました。引き分けは考えないものとします。

(1)　他の各チームと１試合ずつ行うリーグ戦をする場合，全部で何試合行われますか。

(2)　トーナメント戦をする場合，優勝が決まるまでに，全部で何試合行われますか。

(1)　リーグ戦とは総当たりの試合のことです。
野球は2チームで対戦しますから A,B,C,D,E,F の 6 チームがあるとき「2チームの組み合わせがいくつできるか」ということです。
A-B の試合も B-A の試合も同じですから「片道切符」の考えです。



15通りです。

上のように 原始的 にやってもいいのですが，ここでは計算の方法を覚えてしまいましょう。

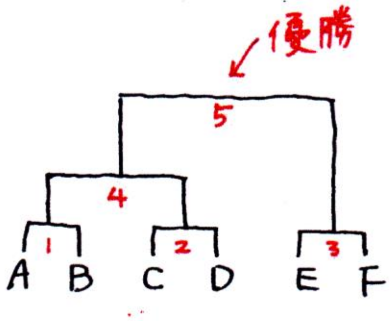
6チームから2チームを選ぶますから，

$\frac{6\times5}{2\times1}$ = 15通り

同じこと

15試合

(2)　トーナメント戦とは「くじ引き」などで対戦相手を決め，順々決勝，準決勝，決勝などのように「勝ち抜いて」いく戦い方です。



5通り

［考え方］

6チームの内5チームは負ける。

この時点で 優勝が決定 するので

試合数は，　6−1=5（試合）

公式

Nチームある時の試合数は

リーグ戦・・・ N×(N−1)÷2

トーナメント戦・・・ N−1