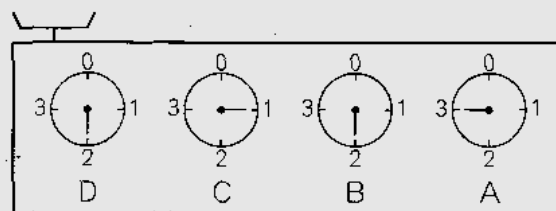


必修例題1 ★☆☆ (基本) <<N進法 (装置)>>

ビー玉をかぞえる装置があります。ビー玉を1個入れるごとにAの針が時計回りに1進み、Aの針が1周して0に戻るとBの針が1進みます。同じようにBの針が1周するとCの針が1進み、Cの針が1周するとDの針が1進みます。



(はじめ、針はどれも0を指しています)

(1) A～Dの針が図のようになったとすると、

ビー玉は何個ありますか。ただし、Dの針はまだ1周していないものとします。

(2) ビー玉が99個あるとすると、A～Dの針はそれぞれどこを指しますか。

(1)

4進法の考え方です。

Aの1目盛りは1

Bの1目盛りは4

Cの1目盛りは $4 \times 4 = 16$

Dの1目盛りは $4 \times 4 \times 4 = 64$

図の目盛りは、

Aが3, Bが2, Cが1, Dが2

ですから、

10進法で表すと、

$(1 \times 3) + (4 \times 2) + (16 \times 1) + (64 \times 2)$

$= 155$

↓

155個

155個

(2)

10進法の99を4進法で表します。

[機械的に計算する方法]

99を次々と4でわっていき、あまりを右側にかいていきます。

$$\begin{array}{r}
 4 \overline{) 99} \\
 4 \overline{) 24} \dots 3 \quad \text{位が低い} \\
 4 \overline{) 6} \dots 0 \\
 \quad 1 \dots 2 \quad \text{位が高い}
 \end{array}$$

あまりはDCBAの順に下から上の方向に

1203(イチニゼロサン)と読みます。

↓

A...3 B...0 C...2 D...1を指します。

A...3 B...0 C...2 D...1

必修例題2 ★☆☆ (基本) <<N進法 (数列)>>

3種類の数字{0, 1, 2}を使って表すことができる1以上の整数を, 次のように小さい方から順に並べます。

1, 2, 10, 11, 12, 20, 21, 22, 100, 101, ……

(1) 221は左から何番目にありますか。

(2) 左から50番目の整数はいくつですか。

3個目の数字のときに**位がかわる** 3進法の数え方です。

(1)

3進法の221を10進法になおします。

左から(3×3の位), (3の位), (1の位) ですから,

$$3 \times 3 \times 2 + 3 \times 2 + 1 \times 1 = 25$$

⇒ 左から25番目

25番目

(2)

10進法の50を3進法になおします。

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 50} \\ 3 \overline{) 16} \cdots 2 \\ 3 \overline{) 5} \cdots 1 \\ 1 \cdots 2 \end{array}$$

位が低い

位が高い

下から上に読む

したがって, 左から50番目の整数は 1212 です。

1212

必修例題3 ☆☆☆ (基本) <<投票 (開票前)>>

35人のクラスで2人の代表を選びます。立候補したのはA, B, C, D, Eの5人です。クラス全員が立候補者のだれか1人に1票投票するとき、Aが確実に当選するためには、Aは最低何票必要ですか。

「(選ぶ人数+1人)でわり算をし、その商の票より1票多くとる」という考えです。

2人を選びますから、35人を $(2+1=)$ 3でわると、

$35 \div 3 = 11$ 余り 2 $\Rightarrow$ 3人が11票ずつとったとすると、3人は同数となります。

したがって、

Aが確実に2位以内に入るには $11+1=12$ (票)とれおよいことになります。

12 票

必修例題4 ★★☆☆ (標準) <<投票 (開票途中)>>

6年生105人の中から学年代表を3人選びます。

立候補したのはA～Eの5人です。6年生全員が立候補者のだれか1人に1票投票します。右の表は、70票まで開票した時点での各立候補者の得票数です。

立候補者	A	B	C	D	E
得票数(票)	25	16	12	9	8

- (1) Aは当選確実といえますか。いえる場合は○、いえない場合は×と答えなさい。
 (2) Bが確実に当選するためには、最低あと何票必要ですか。

(1)

$105 \div (3+1) = 26$ あまり 1 より、得票が $(26+1) = 27$ 票であれば当選確実になります。

Aは当選確実まであと2票たりませんが、まだ $(105-70=) 35$ 票残っていますからB, C, Dの得票によって当選確実になることがあります。

Aと他の人(B, C, D)との票差を調べます。(5位のEを除く4人)

BがAに追いつく票・・・ $25-16=9$ (票)

CがAに追いつく票・・・ $25-12=13$ (票)

DがAに追いつく票・・・ $25-9=16$ (票)

それぞれが上の票をとればAに追いつき
4人同票になってしまいます。

3人が追いつくための票の合計は
 $9+13+16=38$ (票)

しかし、残りの票は35票しかありませんから、
 Aは1票もとれなくても「3人全員にそろって追いつかれることはない」ことになります。

したがって、Aは当選確実です。

○

(2)

当選確実なAを除いた残りのB, C, Dの3人から2人を選ぶと考えます。

(1)と同様にBと残り2人の票差を調べます。

CがBに追いつく票・・・ $16-12=4$ (票)

DがBに追いつく票・・・ $16-9=7$ (票)

残りの票は、 $(35-4-7)=24$ 票です。

ここで、

24票を3人で分けて上位2位に入るためには、

Bが追いつかない票数を求める解法

$24 \div 3 = 8$ (票)

したがって、Bはあと

$8+1=9$ (票)とればよいことになります。

9 票

発展例題1 ★★★ (応用) <<変則N進法>>

難関校対策

ある病院のベッドには、数字の4と9を使った数をとばして、1番から順に番号がついています。

たとえば、3番の次は5番、38番の次は50番です。

- (1) 1番から275番までの番号のうち、この病院のベッドについている番号は何個ありますか。
- (2) この病院にはベッドが396床あります。ベッドについている最後の番号は何番ですか。

(1)

4と9をのぞいた0~8の「変則8進法」と

0~7の数字を使った「普通の8進法」を対応して考えます。

尚、「~番目?」というのは10進法です。

・変則8進法...0 / 2 3 5 6 7 8

・普通の8進法...0 / 2 3 4 5 6 7

部屋番号275は「普通の8進法」で表すと、264です。

↓

普通の8進法を10進法に直します。

8x8の位 8の位 1の位
2 6 4

$$(8 \times 8 \times 2) + (8 \times 6) + (1 \times 4) = 128 + 48 + 4 = \underline{180(\text{個})}$$

180 個

(2)

(1)の逆を考えます。

10進法⇒普通の8進法⇒変則8進法

10進法の396を8進法で表すと

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 396} \\ 8 \overline{) 49 \dots 4} \\ 6 \dots 1 \end{array}$$

614...普通の8進法

これを変則8進法に対応させると

715(号室)となります。

715 号室

発展例題2 ★★★ (応用) <<同じ数字が現れる回数>>

難関校対策

1から500までの整数を、次のように各位の数字を切り離して並べます。

1, 2, 3, 4, 5, …… 4, 9, 8, 4, 9, 9, 5, 0, 0

この数列の中に、0は何個ありますか。

(1)

全ての整数を 00/ や 03/ のように3けた表示をして、一の位の0, 十の位の0, 百の位の0を別々に調べていきます。

一の位が0

□□0のパターン

0/0
020
030
…
090
100
110
120
…
490
500

一の位の0を取り除いて数
えると,

1~50 ですから, 50 個です。

十の位が0

□0□のパターン

100
101
102
…
200
201
…
300
301
…
408
409
500

十の位の0を取り除いて数
えると,

10~50 ですから,
(50-10+1)=41 個です。

したがって, 求める個数は,

$$50+41=\underline{91}(\text{個})$$

91 個

※別解はテキストを参照してください。

発展例題3 ★★★(応用) <<連続整数の和>>

難関校対策

9を1以上の連続する整数の和で表す方法は、 $4+5$ 、 $2+3+4$ の2通りあります。30を1以上の連続する整数の和で表す方法をすべて答えなさい。

連続する整数の和で表す方法は、整数の個数が「奇数個」と「偶数個」に分けます。

奇数個の場合、真ん中の整数が和の平均になります。

例えば、9を3数で表す場合、 $9 \div 3 = 3$ より、3数の真ん中の数は3になります。

一方、偶数個の場合、真ん中の整数はありませんから、わり算をしたときに、商が0.5刻みになるときです。

例えば、9を2数で表す場合、 $9 \div 2 = 4.5$ より、2数の真ん中の数は4.5となり、そこから左右に0.5の幅の整数になります。すなわち、 $4.5 - 0.5 = 4$ 、 $4.5 + 0.5 = 5$

これは、既約分数にしたとき分母が2になる整数です。

30を素因数分解すると、

$$30 = 2 \times 3 \times 5 \text{ より、}$$

奇数は3と5ですから、

↓

奇数個は、3個のときと5個のときです。

$$30 \div 3 = 10 \Rightarrow 10 \text{ が真ん中で 3 数}$$

$$\underline{9 \quad 10 \quad 11}$$

$$30 \div 5 = 6 \Rightarrow 6 \text{ が真ん中で 5 数}$$

$$\underline{4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8}$$

偶数個のときを考えます。

2数のとき $30 \div 2 = 15 \cdots \times$ わりきれしてしまう

4数のとき $30 \div 4 = \underline{7.5} \cdots \bigcirc$

$$7.5 - 0.5 = 7 \quad 7.5 + 0.5 = 8$$

$$\underline{6, 7, 8, 9}$$

$$\times (30 \div 4 = \frac{30}{4} = \frac{15}{2})$$

偶数個は4数のときだけ。

したがって、求める方法は上記3通りです。

$$\begin{aligned} &9 + 10 + 11 \\ &4 + 5 + 6 + 7 + 8 \\ &6 + 7 + 8 + 9 \end{aligned}$$