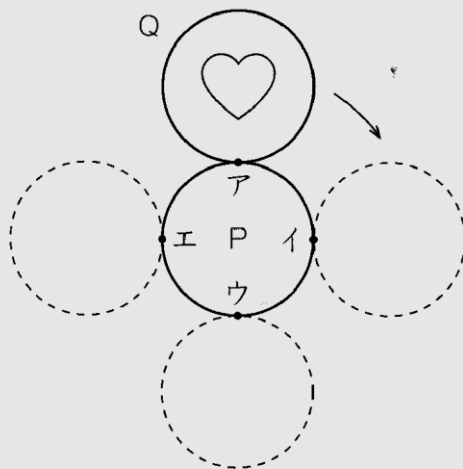


必修例題1 ★☆☆ (基本) <<円の転がりと回転数 (同じ半径)>>

同じ大きさの2つの円P, Qがあります。Pのまわりにそって、Qが時計回りにすべらないように転がって1周し、もとの位置に戻ります。ア～エはPの円周を4等分する位置を表していて、Qには♡がかかれています。はじめ、QはアでPと接していて、♡は図のような向きになっています。



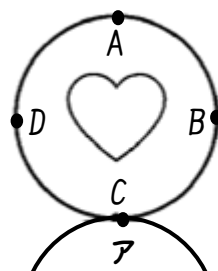
- (1) Qがイ, ウ, エでPと接するときの♡を、正しい向きで図にかき入れなさい。
- (2) QがPのまわりを1周してもとの位置に戻るまでの間に、Q自身は何回転しましたか。

(1) Qの円周上の4等分点に目印のA, B, C, Dを右の図のようにつけていきます。

現在アとCが対応しています。

次は、

イとB ⇒ ウとA ⇒ エとD と対応します。



Aがハートの上側, Cがハートの下側になることに注意して、

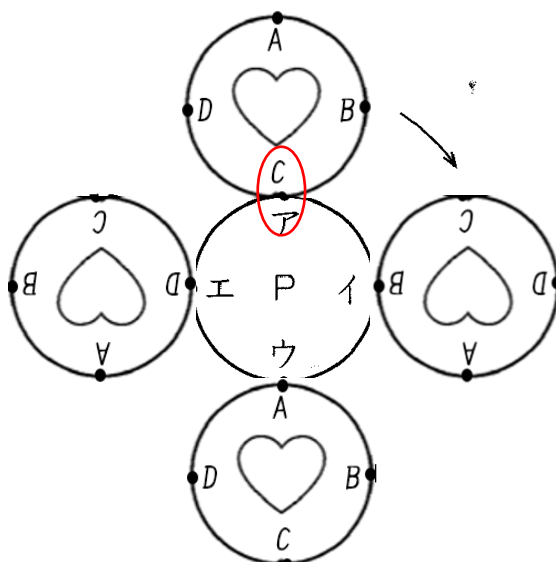
書き入れると、右の図のようになります。

(2)

ハートが上を向いているのは、Qが1周する間に2回あります。

↓

Q自身は2回転していることがわかります。



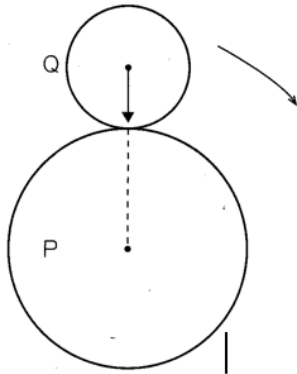
※平面上では1回転は円周の長さ分ですが、このように円周上を回転する場合はQ自身も下方向に自転しているので平面上より小さい道のりで1回転してしまいます。

発展例題1 ★★★ (応用) <<円の転がりと回転数(異なる半径)>>

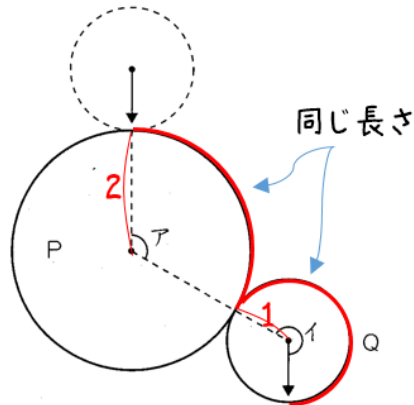
難関校対策

2つの円P, Qがあり, PとQの半径の比は2:1です。Pのまわりを、Qがすべらないように転がって1周し、もとの位置に戻ります。Qには矢印がかかれていて、はじめ、Qは(図1)のように、矢印が下を向くように置かれています。・は各円の中心を表しています。

(図1)



(図2)



(1) (図2)は、Q自身が1回転して矢印が再び下を向いたときのような様子です。角ア、角イの大きさはそれぞれ何度ですか。

(2) QがPのまわりを1周してもとの位置に戻るまでに、Q自身は何回転しましたか。

(1)

円周上を転がるときは、Q自身も下方向に転がるため、平面上を転がるより小さい道のりで1回転します。

図の赤線部分の長さは等しいですから、アとイの中心角の比は半径の逆比になります。

$$ア:イ = \frac{1}{2} : \frac{1}{1} = 1:2$$

アと★は平行線のさっ角より、ア=★

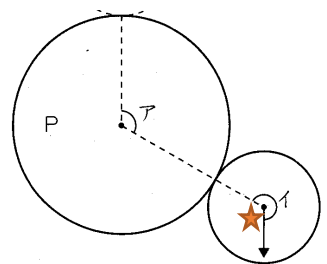
↓

$$\text{★} + \text{イ} = 360 \text{ 度}$$

$$\text{角ア} = 360 \times \frac{1}{1+2} = 120 \text{ (度)}$$

$$\text{角イ} = 360 - 120 = 240 \text{ (度)}$$

$$\text{角ア} \cdots 120 \text{ 度} \quad \text{角イ} \cdots 240 \text{ 度}$$



(2)

Pの角度が120度になる間に、Qは1回転しますから、

もとの位置に戻るまでにQが回転する回数は、

$$360 \div 120 = 3 \Rightarrow 3 \text{ 回転}$$

3 回転