

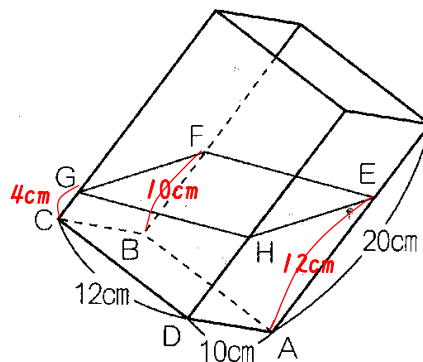
必修例題1 ★☆☆ (基本) <<容器を1点固定で傾ける>>

縦^{たて}10cm, 横12cm, 高さ20cmの直方体の形の容器に水を入れ, 頂点Aを固定して水がこぼれないように傾けたところ, 右のようになりました。

A E = 12cm, B F = 10cm, C G = 4cm

のとき,

- (1) DHの長さは何cmですか。
- (2) 容器に入れた水の体積は何cm³ですか。

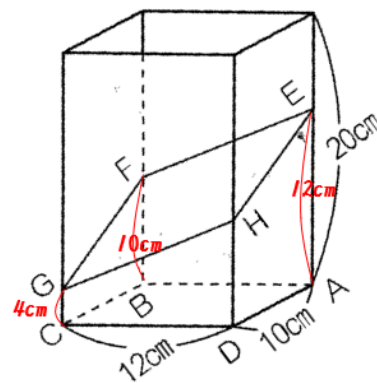


(1) 氷が解けて水になったとき水面は平均の高さになります。

$$\frac{CG+AE}{2} = \frac{BF+DH}{2} = \text{平均の高さ}$$

$$\begin{aligned} CG+AE &= BF+DH \\ 4+12 &= 10+DH \\ DH &= 16-10 \\ &= 6(\text{cm}) \end{aligned}$$

6cm



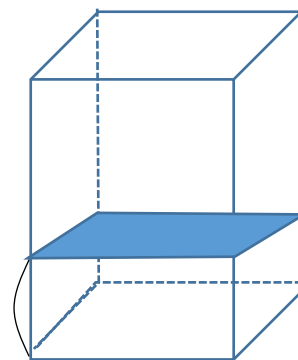
(2) 平均の高さが底面を床につけたときの
水面の高さになります。

$$\frac{4+12}{2} = 8(\text{cm})$$

したがって, 水の体積は,

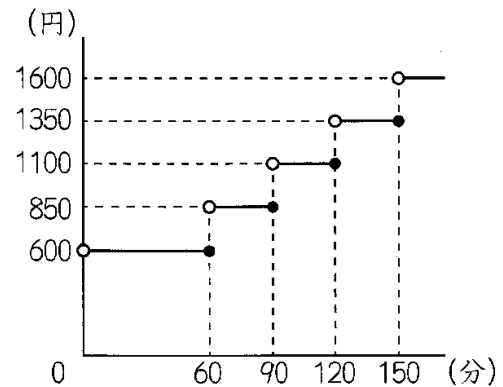
$$12 \times 10 \times 8 = 960(\text{cm}^3) \cdots \text{水の体積}$$

960cm³



必修例題2 ★☆☆ (基本) <<階段グラフ>>

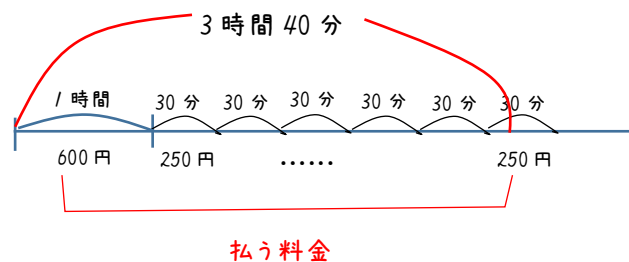
ある駐車場の料金は、はじめの1時間までは600円ですが、それをこえると同時に250円が加算され、その後30分ごとに250円ずつ加算されます。たとえば、20分利用すると料金は600円、1時間10分利用すると850円、2時間利用すると1100円です。右のグラフは、利用する時間と料金の関係を表したものです。



- (1) 3時間40分利用すると料金は何円ですか。
 (2) 5000円持っているとき、最も長く何時間何分利用できますか。

(1)

はじめの1時間は基本料金ですから
 加算される時間は、



$$3 \text{ 時間 } 40 \text{ 分} - 1 \text{ 時間} = 2 \text{ 時間 } 40 \text{ 分} \\
= 160 \text{ 分}$$

160分間に加算される区間は、何回あるか?

$$160 \div 30 = 5 \text{ あまり } 10$$

⇒ 5区間を超えてしまうので、加算される区間は、5+1=6区間

したがって、料金は $600 + 250 \times 6 = 2100$ (円)

2100 円

(2)

基本料金の600円を引いてしまいます。

$$5000 - 600 = 4400 \text{ (円)}$$

はじめの1時間

その後1区間250円ですから

$$4400 \div 250 = 17 \text{ (区間) あまり } 150 \text{ 円}$$

30分が17区間

したがって、求める時間は

$$1 \text{ 時間} + 30 \times 17 = 9 \text{ 時間 } 30 \text{ 分}$$

9 時間 30 分

※ 4600円持っていた場合は

$$4600 - 600 = 4000$$

$$4000 \div 250 = 16 \text{ (区間) ピッタリ}$$

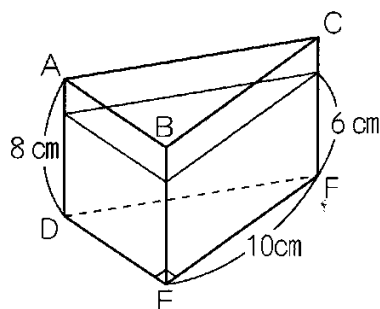
↓

$$1 \text{ 時間} + 30 \times 16 = 9 \text{ 時間}$$

発展例題1 ★★★ (応用) <<容器を倒す (応用)>>

難関校対策

右の図のような、底面が直角三角形の三角柱の形をした密閉された容器に、6cmの深さまで水が入っています。この容器を、面ADEBを下にして置くと、水面の高さは何cmになりますか。

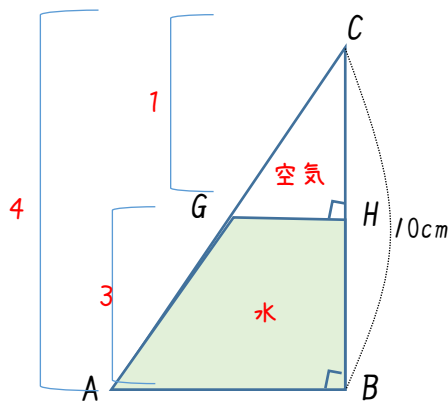


容器と水の体積比は横倒しにしても変わりません。

容器と水の部分は底面積が同じですから
高さの比から体積比を求めます。

$$8\text{cm}:6\text{cm}=4:3 \cdots \text{容器と水の体積比}$$

面 ADEB を下にしたときも底面は共通ですから横から見た図で考えます。(※ 面積だけを考えていきます。)



右の図で、CGH(空気の部分)とCABの面積比は、
 $(4-3):4 = 1:4$

↓

$$(1 \times 1):(2 \times 2)$$

CGHとCABの相似比は1:2となります。

↓

$$CH:CB = 1:2 \text{ より,}$$

$$CH \text{ の高さは } 10 \times \frac{1}{2} = 5\text{cm}$$

よって,

$$HB(\text{水の深さ}) \text{ は, } 10 - 5 = 5(\text{cm})$$

5cm

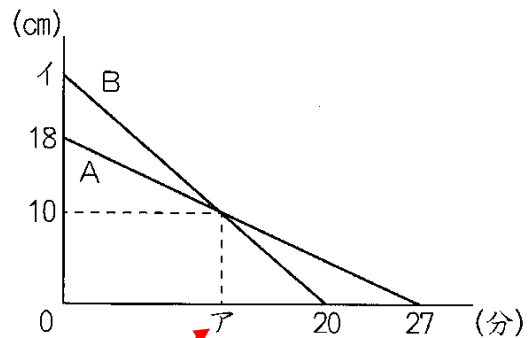
相似比が $a:b$ のとき
面積比は $a \times a : b \times b$

発展例題2 ★★★ (応用) 《グラフと比》

難関校対策

2本のろうそくA, Bがあります。右のグラフは、AとBに同時に火をつけてからの時間と、ろうそくの長さの関係を表したものです。

- (1) ア, イにあてはまる数をそれぞれ求めなさい。
 (2) AとBの長さの比が4:3になるのは、同時に火をつけてから何分何秒後ですか。



比例式をつくらって解く方法です。他の解法は「ステップアップ演習5」を参照

(1)

Aは27分で18cmの割合ですから、

Aの速さは $18 \div 27 = \frac{2}{3} (\text{cm/分})$ 燃えます。

アはAが $(18 - 10) = 8 \text{ cm}$ 燃えるのにかかる時間ですから、

$$8 \div \frac{2}{3} = \underline{12(\text{分})} \cdots \text{ア}$$

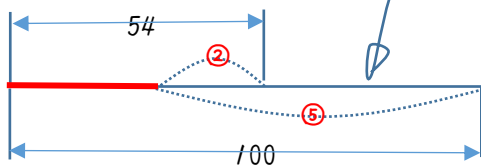
また、Bは $(20 - 12) = 8$ 分で10cm燃えますから

1分で $(\frac{10}{8} =) \frac{5}{4} \text{ cm}$ もえます。

20分間に燃える長さ(イ)は

$$\frac{5}{4} \times 20 = \underline{25(\text{cm})} \cdots \text{イ}$$

$$\text{ア} \cdots 12 \quad \text{イ} \cdots 25$$



(2)

①分後に4:3になるとします。

Aが毎分 $\frac{2}{3} \text{ cm}$ ずつ、

Bが毎分 $\frac{5}{4} \text{ cm}$ ずつ燃えて短くなり

その長さが4:3になるとして比例式をつくります。

$$\left(18 - \left(\frac{2}{3}\right)\right) : \left(25 - \left(\frac{5}{4}\right)\right) = 4 : 3$$

外項の積=内項の積より

$$\left(18 - \left(\frac{2}{3}\right)\right) \times 3 = \left(25 - \left(\frac{5}{4}\right)\right) \times 4$$

分配法則

$$\underline{54 - ② = 100 - ⑤}$$

左の図の計算より

$5 - 2 = ③$ が $(100 - 54 =) 46$ にあたります。

したがって、

$$\text{①は } 46 \div 3 = \underline{15\frac{1}{3}(\text{分後})}$$

$$= \underline{15 \text{ 分 } 20 \text{ 秒後}}$$

15分20秒後

※ 比例式の解法の方が中学以降の学習に有効です。