

必修例題1 ★☆☆ (基本) ≪集合算 (2量)≫

35人のクラスで、兄、姉がいるかどうかを調べたところ、兄がいる人は18人、姉がいる人は15人、両方いる人は7人でした。兄と姉のどちらもいない人は何人ですか。

右のような図を「ベン図」といいます。

ウはどちらにも含まれるので、

全体の人数は ア+イ-ウ+エ になります。

↓

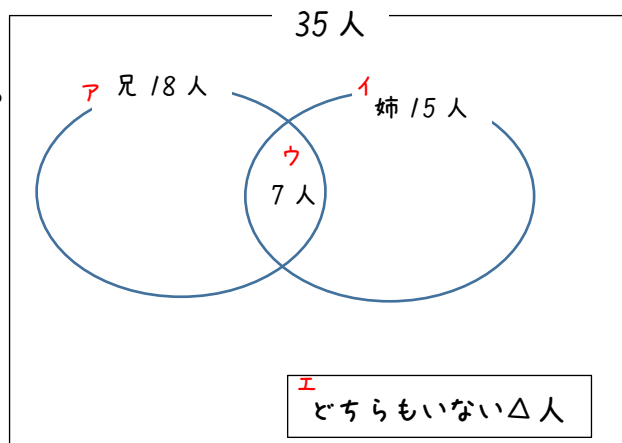
$$18+15-7+\Delta=35$$

$$26+\Delta=35$$

$$\Delta=35-26$$

$$=9(\text{人})$$

9人



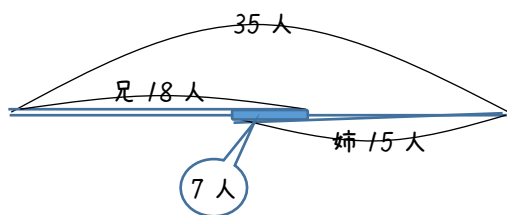
[次のように考えてもよい]



Pの部分は $18-7=11(\text{人})$ ・・・兄だけいる人

したがって、 $11+15+\Delta=35$ となります。

[線分図]



[表]

	兄 ○	兄 ×	計
姉 ○	7	8	15
姉 ×	11	9	20
計	18	17	35

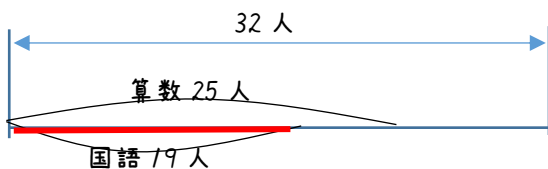
分かっているところから引き算をしてうめていきます。

必修例題2 ★★☆☆ (標準) <<集合算 (範囲)>>

32人のクラスで、算数、国語が好きか嫌いかをきいたところ、算数が好きな人は25人、国語が好きな人は19人でした。両方好きな人は何人以上何人以下ですか。

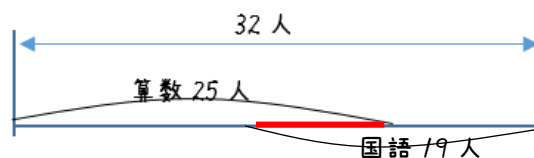
範囲を求める問題は「線分図」を使って解きます。

両方好きな人が一番多いときは、
「国語が好きな人全員が算数が好き」
 なときですから下のように算数のなかに国
 語の人数を書き込みます。



一番多いとき、19人

一番少ないときは、
 国語の好きな人の線分図を右端から書
きます。



一番少ないとき、
 $(25+19)-32=\underline{12(人)}$

12人以上19人以下

発展例題1 ★★★ (応用) 《集合算 (3量)》

難関校対策

36人の生徒が1番, 2番, 3番の3題の問題を解きました。1番を正解した人は17人, 2番を正解した人は14人, 3番を正解した人は16人でした。また, 1番と2番だけを正解した人は4人, 1番と3番だけを正解した人は1人, 2番と3番だけを正解した人は5人で, 1題も正解できなかった人は3人でした。3題すべて正解した人は何人ですか。

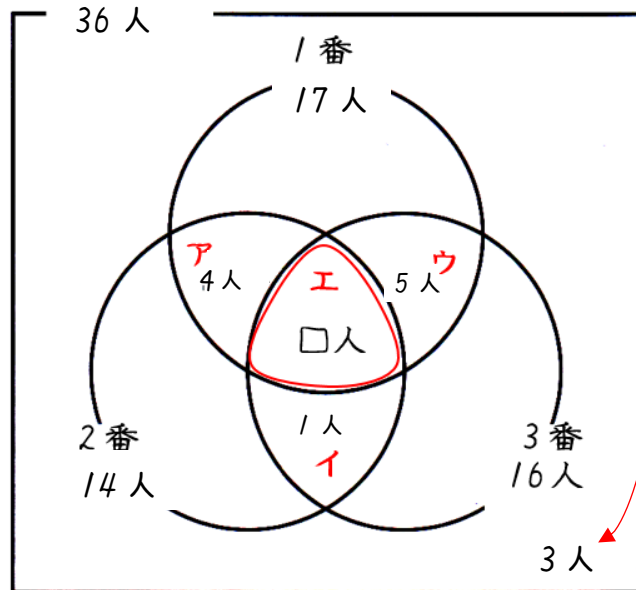
ベン図の中の人数は $36 - 3 = 33$ 人です。



この 33 人は 1 問は必ずできた人です。

右のベン図で **ア, イ, ウの部分**は2重
エの部分は3重になっています。

したがって,
(17+14+16)の合計から **$(ア+イ+ウ) \times 1$**
と **$(エ \times 2)$** を引けば**33人**になります。



式をつくと下のようになります。

$$(17+14+16) - (4+1+5) \times 1 - \square \times 2 = 33$$

$$37 - \square \times 2 = 33$$

$$\square = (37 - 33) \div 2$$

$$= 2(\text{人})$$

2人

2重の紙を1枚はがせば1重に,
3重の紙を2枚はがせば1重になる
イメージです。

発展例題2 ★★★ (応用) <<いもづる算の応用>>

難関校対策

1個50円の品物A, 1個100円の品物B, 1個120円の品物Cをどれも1個以上買い, 代金が900円になるようにします。A, B, Cの個数の組として考えられるものをすべて答えなさい。たとえば, Aが3個, Bが6個, Cが4個の場合は(3, 6, 4)のように表しなさい。

Aをa個, Bをb個, Cをc個買ったとして式をつくります。

$$50xa + 100xb + 120xc = 900$$

両辺を10でわると,

$$5xa + 10xb + 12xc = 90 \cdots \text{ア}$$

AとBが5の倍数であることから式を変形してみます。

$$5xa + 10xb = 90 - 12xc$$

$$(1xa + 2xb) \times 5 = 90 - 12xc$$

↓

左辺が5の倍数だから右辺も5の倍数

ここで, $90 \div 12 = 7.5$ より,

cは7以下の整数です。

↓

Cは7以下の5の倍数より5と決まります。

ココがポイント!

これをアの式に代入し整理します。

$$5xa + 10xb + 12 \times 5 = 90$$

$$5xa + 10xb = 90 - 60$$

$$5xa + 10xb = 30$$

$$1xa + 2xb = 6$$

÷5

下の式に a=1 a=2...と代入していきます。

$$1xa + 2xb = 6$$

$$1 \quad \times$$

$$2 \quad 2$$

$$3 \quad \times$$

$$4 \quad 1$$

$$5 \quad \times$$

$$6 \quad \times$$

整数にならない

※この程度の数の代入は右のようにaに1, 2, 3, ...と代入した方が確実です。

よって, 求める個数の組(a, b, c)は,
(2, 2, 5) (4, 1, 5)となります。

(2, 2, 5), (4, 1, 5)

発展例題3 ★★★ (応用) <<作れない最大の整数>>

難関校対策

下の式のA, Bに0以上の整数を入れて整数を作ります。

$$8 \times A + 5 \times B$$

たとえば, $A=2, B=3$ のときは31, $A=4, B=4$ のときは52, $A=6, B=0$ のときは48が作られます。このとき, 作ることができない最大の整数を求めなさい。

上の式で,

5の倍数

Aが0のとき $5 \times B$ となり Bに1から数字を代入していかねば
5の倍数の整数がすべてできます。

ここで, 右のように整数を5列に並べてかき,
できる整数を消していきます。

次に,

Aが1のとき $8+5 \times B$ となり Bに0から数字
を代入していくと
8, 13, 18, ...と3列目の8から下はすべて消すことが
できます。

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40

この後,

同様に A=2のとき, A=3のときと続けていきます。

すると, 右の表からできない数字の 最大が27 であることがわかります。