## 例題1

あるきまりにしたがって，下のように数をならべます。

1，2，4，7，11，16，……

左から15番目の数はいくつですか。

1番目　　　　　　　6番目

1，2，4，7，11，16

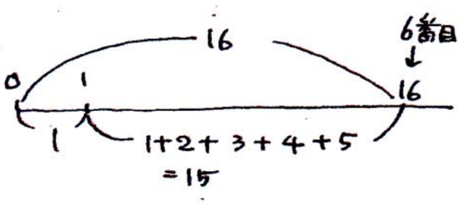
　1　2　3　4　5

前の数と次の数の差が一定ではないので等差数列ではありません。

例えば，6番目の数の16は，

$1+(1+2+3+4+5)$ となります。

1番目の数　　5個　6−1=5 (間の数)




15番目の数までの間の数は

$15-1=14$ 個

したがって　1から14までの和

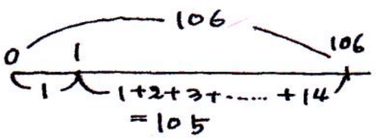
$1+(1+2+3+\cdots+14)$

$=1+(1+14)\times14\div2$

ガウスの計算

$=1+105$

$=106$




$\boxed{106}$

**(復習)ガウスの計算**

はじめの数　　14個

$$\begin{array}{rl} & 1+2+3+\cdots\cdots+14 \\ +) & 14+13+12+\cdots\cdots+1 \\ \hline & 15+15+15+\cdots\cdots+15 \end{array}$$

おわりの数

2列足しているので

(はじめの数+おわりの数)×個数÷2

$(1+14)\times14\div2=105$

**例題2**

3の倍数でない1以上の整数を，下のようにに小さい方からならべます。

1， 2， 4， 5， 7， 8， 10， 11， 13， ……

左から45番目の整数はいくつですか。

「3の倍数でない」 ⇒ ある数を 3でわったときにあまりが1か2になる数

1÷3=0 あまり 1　　2÷3=0 あまり 2　　7÷3=2 あまり 1

$$\begin{array}{r} 0 \\ 3\,\overline{)\,1} \\ \underline{0} \\ 1 \end{array}\ \cdots あまり \qquad \begin{array}{r} 0 \\ 3\,\overline{)\,2} \\ \underline{0} \\ 2 \end{array}\ \cdots あまり \qquad \cdot\cdot\cdot \qquad \begin{array}{r} 2 \\ 3\,\overline{)\,7} \\ \underline{6} \\ 1 \end{array}\ \cdots あまり$$

3のかたまりが1つの周期になっていますので，下の表のように1組，2組・・・として考えます。

3の倍数

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1組 | 1 ① | 2 ② | ~~3~~ |
| 2組 | 4 ③ | 5 ④ | ~~6~~ |
| 3組 | 7 ⑤ | 8 ⑥ | ~~9~~ |
| 4組 | 10 ⑦ | 11 ⑧ | ~~12~~ |
| ・ | ・ | ・ | ・ |
| 22組 | | □ 44 | ~~66~~ |
| 23組 | 67 45 | | |

数列の数字は，1組に2個ずつありますから，数列の順番を①，②・・・とします。

すなわち，

組番号×3 ＝ 1からの整数

組番号×2 ＝ 数列の順番

偶数番の44番目(□)の数字は何組か?

↓

44÷2=22 組

次に22組の 3の倍数(数列にあらわれない)の数字を調べます。

22×3=66

したがって，45番目の数列は，

66+1= 67 となります。

5年上第18回例題(改訂版)



## 例題3

3の倍数でも4の倍数でもない1以上の整数を，次のように小さい方からならべます。

1，2，5，7，10，11，13，14，17，……

(1) 89は左から何番目にありますか。

(2) 左から100番目の整数はいくつですか。

1 2 ~~3~~ ~~4~~ 5 ~~6~~ 7 ~~8~~ ~~9~~ 10 11 ~~12~~

13 14 ~~15~~ ~~16~~ 17 ~~18~~ 19 ~~20~~ ~~21~~ 22 23 ~~24~~

上の図からわかるように，3と4の最小公倍数の12が周期になっていて，その中に6個の○が入っています。

また，　13÷12＝1 あまり 1
14÷12＝1 あまり 2
17÷12＝1 あまり 5
19÷12＝1 あまり 7
22÷12＝1 あまり 10
23÷12＝1 あまり 11

のように，この数列に並んでいる数を12でわると，そのあまりは

{1, 2, 5, 7, 10, 11}の周期になっています。

左から1番目　左から2番目　左から5番目

(1) 12の周期だから12でわります。

89÷12=7 あまり 5

周期が7あり，数字が5あまる。

↓

1つの周期に○は6こあり，数字5この中に○は3個あります。

したがって，

6×7 ＋ 3 =45番目

**45番目**

(2)

100番目ということは，100個目の○です。

100÷6=16 あまり 4 より，

16周期 ＋ 次の左から4つ目の○です。

1つの周期は12のかたまりですから，

12×16=192

そのあとは，

193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, …

**199**

## 例題4

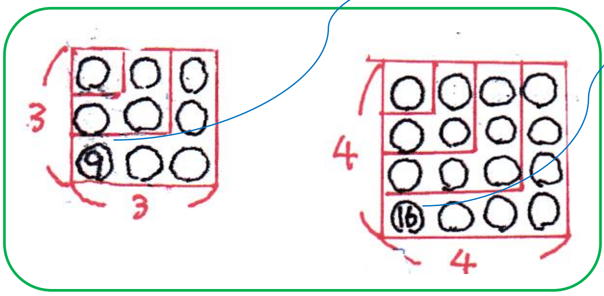
あるきまりにしたがって，右の表のように整数をならべます。たとえば，3行目の2列目の整数は8です。

(1) 6行目の1列目の整数はいくつですか。

(2) 5行目の11列目の整数はいくつですか。

(3) 62は何行目の何列目にありますか。

| | 1組 | 2組 | 3組 | 4組 | 5組 |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1列 | 2列 | 3列 | 4列 | 5列 |
| 1行 | 1 | 2 | 5 | 10 | 17 |
| 2行 | 4 | 3 | 6 | 11 | 18 |
| 3行 | 9 | 8 | 7 | 12 | … |
| 4行 | 16 | 15 | 14 | 13 | … |
| 5行 | … | … | … | … | … |




上の図のように，組に分けて考えると各組の最後の数(1, 4, 9, 16･･･)は平方数になっています。

※平方数とは，同じ数を2回かけてできる数です。

(1) 上の図のように，1行と1列のセットを1組と考えます。

6行の1列の整数は，6組の最後の整数なので， $6\times6=36$

36

(2)

11組のはじめの数を求め，そこから5行目まで下に数えていきます。

11列の1行目の数は，10組目の最後の数の「次の数」ですから，

$10\times10+1=101$

したがって，求める整数は，

105

| |
|---|
| 101 |
| 102 |
| 103 |
| 104 |
| 105 |

(3)

平方数で一番62に近い整数は，(8x8=)64です。

64は8組の最後の整数ですから，2つ戻ります。

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8行 | 64 | 63 | 62 |
| | 1列目 | 2列目 | 3列目 |

8行目の3列目

## 例題5

あるきまりにしたがって，右の表のように整数をならべます。たとえば，3行目の2列目の整数は9です。

(1) 7行目の1列目の整数はいくつですか。

(2) 4行目の6列目の整数はいくつですか。

(3) 60は何行目の何列目にありますか。

1組　2組　3組　4組　5組

| | 1列 | 2列 | 3列 | 4列 | 5列 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1行 | 1 | 2 | 4 | 7 | 11 |
| 2行 | 3 | 5 | 8 | 12 | … |
| 3行 | 6 | 9 | 13 | … | … |
| 4行 | 10 | 14 | … | … | … |
| 5行 | … | … | … | … | … |

右の図のように区切って考えます。
例えば，3組の最後の数は，
「1組から3組までの数字の個数」ですから，
1+2+3=6となります。

(1)
7行目の1列目は7組の最後の数ですから，
1+2+3+4+5+6+7の計算です。
（ガウスの計算）
(1+7)×7÷2=28

28

(3)
覚える！
1から10までの和は55です。
すなわち，
10組の最後の数(10行目，1列)は55

すると，60は11組にあります。
上から，56 57 58 59 60・・・ ですから，
5行目

(2)の関係式に代入すると、
11=(5 + 列の数字)−1
5 + 列の数字=12
列の数字=(12−5=)7
したがって，60は 5行目の7列目です。

5行目の7列目

(2) ※ 難です。
例えば，4組を考えます。
7の位置は 1行と4列 ⇒1+4=5
8の位置は 2行と3列 ⇒2+3=5
9の位置は 3行と2列 ⇒3+2=5
10の位置は4行と1列 ⇒4+1=5
↓
組番号=(行の数字 + 列の数字)−1

この関係式から，
4行の6列目の整数の組番号は，
4+6−1=9組
↓
8組の最後の数は，
1+2+3+4+5+6+7+8
=(1+8)×8÷2
= 36 ⇒ 9組のはじめの数は37

しがって，求める整数は，
4行目なので，
37 38 39 40

40

## 例題6

あるきまりにしたがって，右のように整数をならべます。たとえば，4段(だん)目にならぶ整数は，左から順に，1，3，3，1となります。

(1) 7段目にならぶ整数を，左から順にすべて答えなさい。

(2) 9段目にならぶ整数の和はいくつですか。

(3) 図の矢印の部分には，上から順に，1番目は1，2番目は3，3番目は6，……のように整数がならんでいます。100番目の整数はいくつですか。

1段目 1
2段目 1 1
3段目 1 2 1
4段目 1 3 3 1
5段目 1 4 6 4 1
6段目 1 5 10 10 5 1
7段目 1 6 15 20 15 6 1

(1) 両端の 1 以外は上の 2 つの数字の和が下の数字になります。

7 段目 は上の図のようになりますから左から，1，6，15，20，15，6，1 です。

1，6，15，20，15，6，1

(2) 各段の和は，
1 段目は 1，
2 段目は 2，
3 段目の 4 は(2x2)
4 段目の 8 は(2x2x2)・・・
とあらわすことができます。
すなわち，1 段目をのぞけば，
n 段目の和は，2 が(n−1) 個 となります。

したがって，9 段目の和は，
2 が(9−1=)8 個の積 です。
2x2x2x2x2x2x2x2=256

256

別解

7 段目 1 6 15 20 15 6 1
8 段目 1 7 21 35 35 21 7 1
9 段目 1 8 28 56 70 56 28 8 1

したがって，求める和は，
(1+8+28+56)x2 + 70 = 256

256

(3) 1 番目 2 番目 3 番目 4 番目 ・・・ 100 番目

1 3 6 10 x

2 3 4 100

例えば，4 番目の 10 は 1+(2+3+4)=1+2+3+4=10 となります。

したがって，100 番目並ぶ数は，

1+2+3+・・・+100=(1+100)X100÷2
=101X50
= 5050

5050