例題１

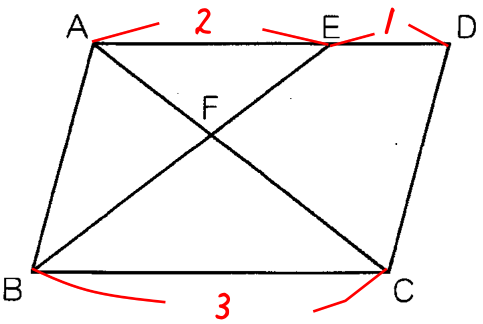
右の図は，平行四辺形ＡＢＣＤの中に直線を２本引いたもので，

ＡＥ：ＥＤ＝２：１

です。

(1)　ＡＦ：ＦＣを求めなさい。

(2)　四角形ＥＦＣＤの面積は平行四辺形ＡＢＣＤの面積の何倍ですか。

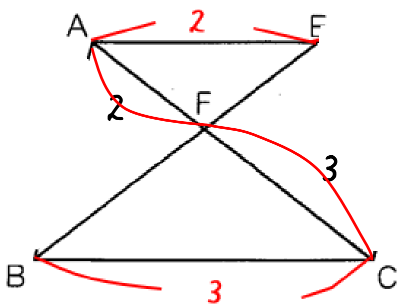


(１)　BC ＝ AD ＝ (AE+ED=)３

↓

三角形 FAE と三角形 FCB は ２：３ のクロス型の相似形です。

したがって，AF：FC ＝ AE：BC ＝ ２：３



$\boxed{2:3}$

---

(２)　右の図で，

アを三角形小

(ア＋イ)を三角形大　とすると，

$\frac{小}{大} = \frac{2}{2+1} \times \frac{2}{2+3} = \frac{4}{15}$

↓

三角形 ACD(大)を１とすると，

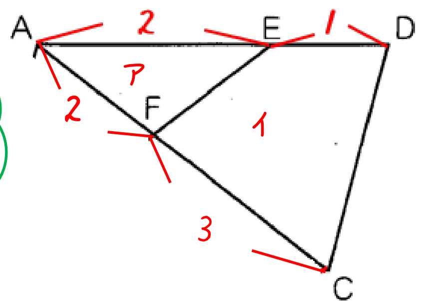
イは $1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$ ・・・三角形 ACD の $\frac{11}{15}$ ということ。

三角形 ACD は平行四辺形の $\frac{1}{2}$ だから，

四角形 EFCD(イ)は全体の

$\frac{1}{2} \times \frac{11}{15} = \frac{11}{30}$

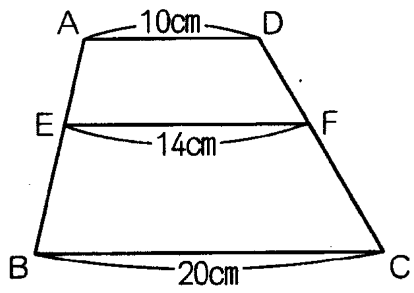
第３回例題３のパターン２を参照



$\boxed{\frac{11}{30}}$

例題2

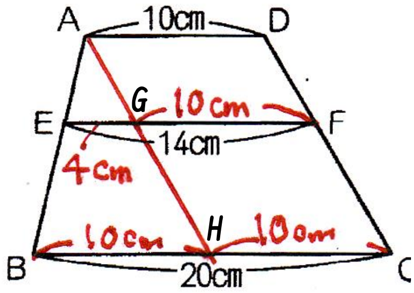
右の図は，台形ＡＢＣＤの中に直線を１本引いたもので，ＡＤとＢＣとＥＦは平行です。ＡＥ：ＥＢを求めなさい。



右の図のようにAからDCに平行な直線AHを引きます。

四角形AHCDは平行四辺形になりますから，

AD ＝ GF ＝ HC ＝ 10cm

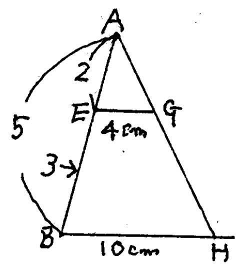


三角形AEG と 三角形ABH はピラミッド型の相似形ですから，

AE ： AB ＝ 4cm ： 10cm ＝ 2 ： 5

したがって，

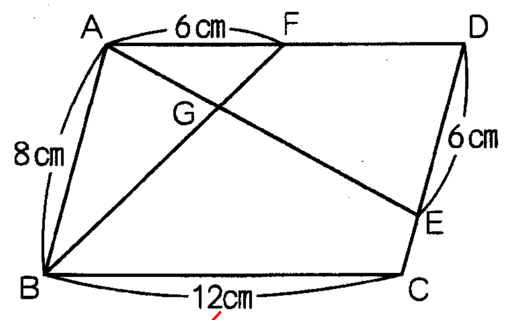
AE ： EB ＝ 2 ： (5−2) ＝ 2 ： 3



2 ： 3

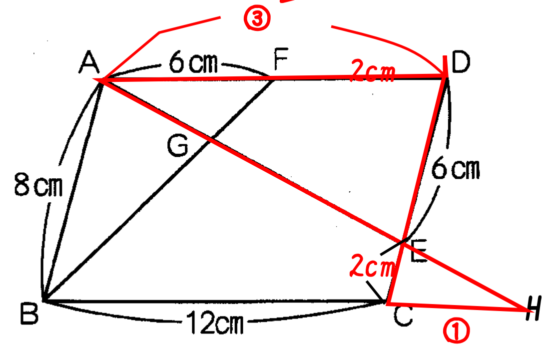
例題3

右の図は，平行四辺形ＡＢＣＤの中に直線を２本引いたものです。ＦＧ：ＧＢを求めなさい。



面積比による解法は次ページ

右の図のように，
直線AEの延長線と直線BCの延長線の交点をHとします。



赤枠の2つの三角形は 6cm:2cm = 3 : 1 のクロス型の相似ですから，

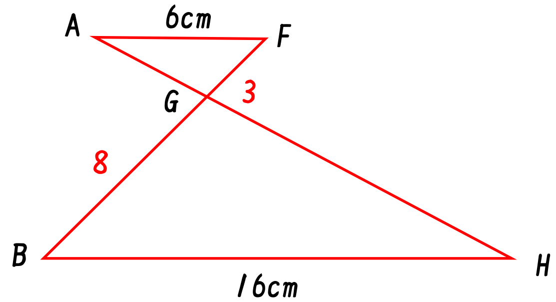
AD : HC = 3 : 1

AD=BC=12cm より，CH=12×$\frac{1}{3}$ = 4(cm)

↓

BH=(12+4=)16(cm)

次に右の図の相似を考えます。

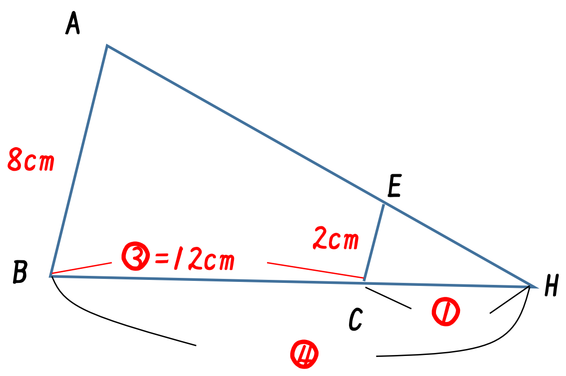


この2つの三角形もクロス型の相似形ですから，

FG : GB = 6cm : 16cm = **3 : 8**

$\boxed{3 : 8}$

[ここからCHの長さをだすこともできます。]

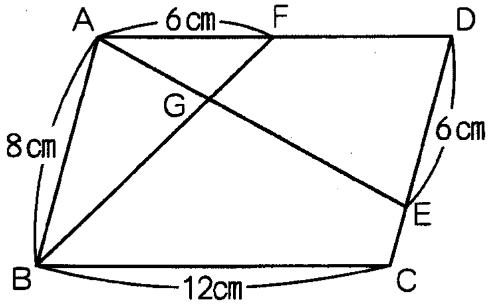


面積比による解法は次ページ

例題3

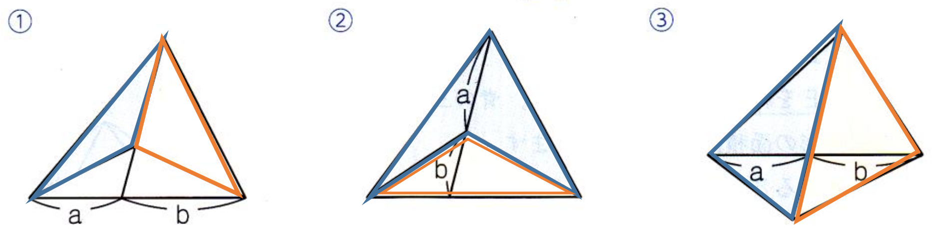
右の図は，平行四辺形ＡＢＣＤの中に直線を２本引いたものです。ＦＧ：ＧＢを求めなさい。

＜面積比を使う解法＞



予習シリーズ P87, P89 参照

下の①，②，③のどの図についても，青の部分とオレンジの部分の面積について，
青：オレンジ＝a：b
が成り立つ。



次の公式のパターン3を使います。

右の図の 赤：青 の面積の比が a : b です。

三角形 ADE と 三角形 EAB の面積比は
底辺の比になりますから，

6cm : 8cm = $\boxed{3}$: $\boxed{4}$

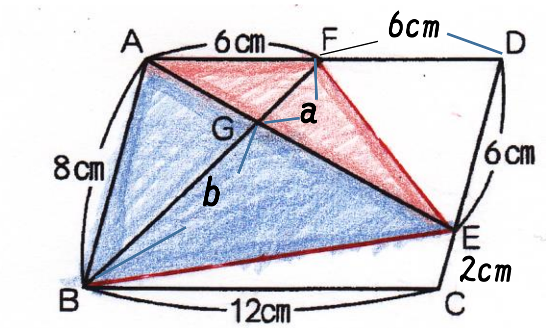
赤の部分は 三角形 ADE の$\frac{1}{2}$ ですから，

$\boxed{3}\times\frac{1}{2}=\boxed{1.5}$

F は AD の中点

↓

a : b = 1.5 : 4 = 3 : 8



3 : 8

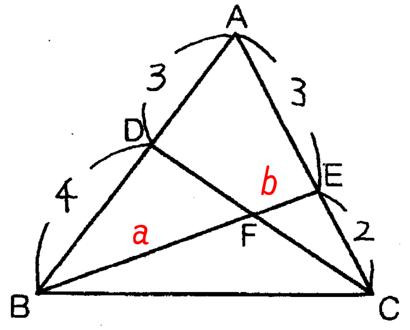
例題4

右の図は，三角形ＡＢＣの中に直線を２本引いたものです。

ＡＤ：ＤＢ＝３：４

ＡＥ：ＥＣ＝３：２

のとき，ＢＦ：ＦＥを求めなさい。



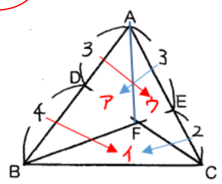
[解 1] AとFを結び3つの三角形に分けます。 P87 公式参照

ア:イ=3 : 2 ⇒ 6 : 4

ウ:イ=3 : 4

イを4にそろえる

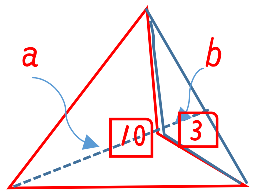
ア:イ:ウ=6 : 4 : 3



a : b を求めますから，公式より，

(ア+イ) : ウ = (6+4) : 3

= 10 : 3



$\boxed{10:3}$

[解 2] DとEを結びます。

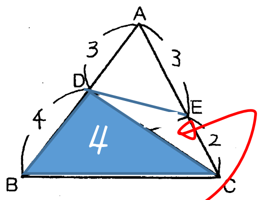
青の面積を4とすると，

三角形 ADC の面積は3

すると，AE:EC=3:2 だから，

三角形 DEC の面積は

$3\times\frac{2}{3+2} = \frac{6}{5}$



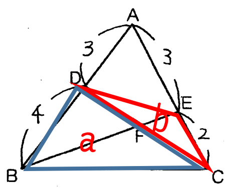
右の図で，

青枠の面積:赤枠の面積

$= 4 : \frac{6}{5}$

= 20 : 6

= 10 : 3



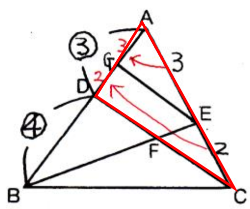
$\boxed{10:3}$

[解 3] E から CD に平行な直線 EG を引きます。

赤枠の三角形に着目すると，

AG : GD = AE : EC

= 3 : 2



AD=③ですから，GD を〇で表すと，

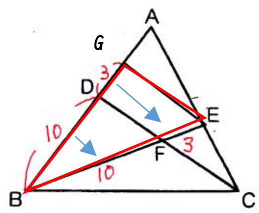
$GD=3\times\frac{2}{3+2} = \frac{6}{5}$

$BD : DG(GD) = 4 : \frac{6}{5} = 10 : 3$

次に，三角形 BEG に着目すると，

BF : FE = BD : DG

= 10 : 3



$\boxed{10:3}$

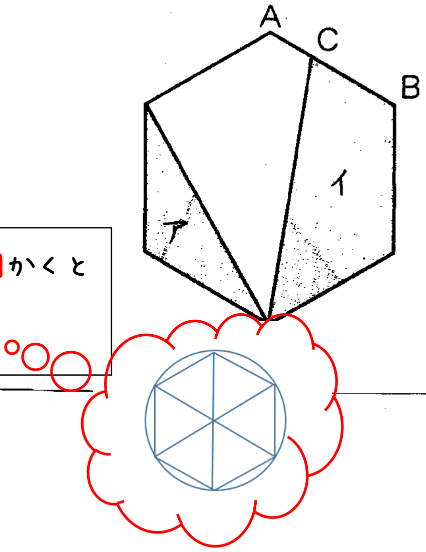
例題5

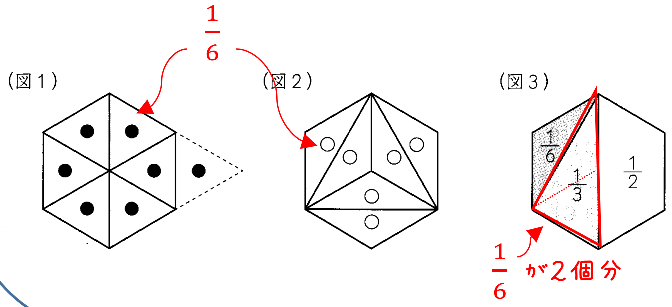
右の図は，面積が90㎠の正六角形の中に直線を２本引いたもので，

ＡＣ：ＣＢ＝１：２

です。図形ア，イの面積はそれぞれ何㎠ですか。

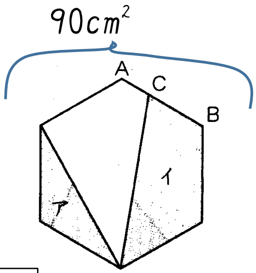
円に内接するように半径を1辺とする正三角形を6個かくと正六角形になります。(※これが基本です。)





(1)

アの面積は，上の(図 2)パターンですから，

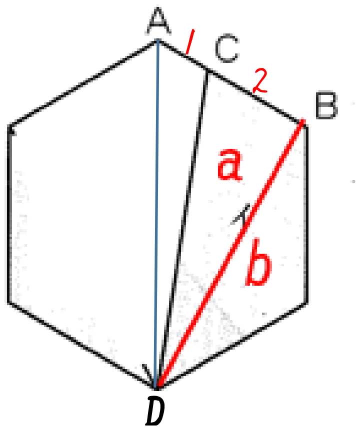


$90\times\frac{1}{6} = 15(cm^2)$

$\boxed{15cm^2}$

(2)

イを a と b に分けます。



三角形 ADB は(図 3)のパターンですから全体の $\frac{1}{3}$

⇒ a は $\frac{1}{3}\times\frac{2}{1+2} = \frac{2}{9}$ b は $\frac{1}{6}$

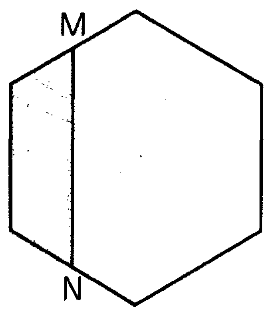
したがって，イの面積は，

$90\times(\frac{2}{9}+\frac{1}{6}) = 90\times\frac{7}{18} = \underline{35(cm^2)}$

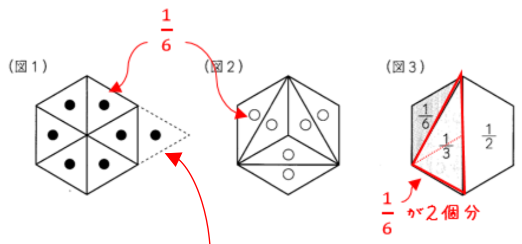
$\boxed{35cm^2}$

例題6　難関校対策

右の図は，面積が48㎠の正六角形の中に直線を１本引いたもので，点M，Nはどちらも辺の真ん中の点です。色のついた部分の面積は何㎠ですか。

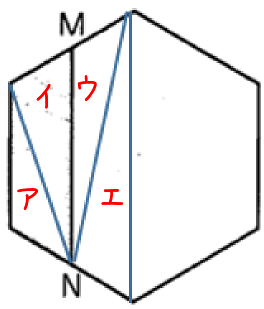


［参考］



［解 1］

右の図のように4つの三角形に分けます。



アは(図2)の○の半分ですから，

$\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}=\boxed{\frac{1}{12}\cdots ア}$

エはアは(図3)赤枠の半分ですから，

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}\cdots エ$

$ア+イ+ウ+エ=\frac{1}{2}$　より，

$イ+ウ=\frac{1}{2}-(\frac{1}{12}+\frac{1}{6})=\frac{1}{4}$

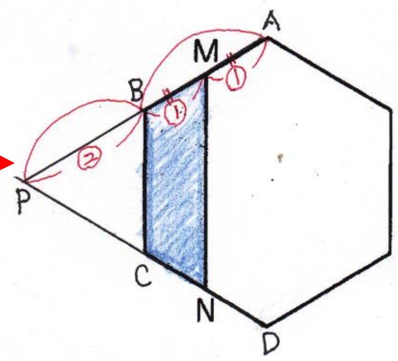
イ＝ウ　より，イは $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\boxed{\frac{1}{8}\cdots イ}$

<u>求める面積は，ア+イ</u>　なので，

$48\times(\frac{1}{12}+\frac{1}{8})=\underline{10(cm^2)}$

$\boxed{10cm^2}$

［解 2］



ABとDCを延長し，その交点をPとします。

三角形PBCは中にできる正三角形と合同です。

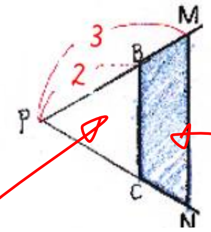
したがって，

AM=1　とすると，AM=BM=1　⇒　PB=2

ここで，

三角形PBCと三角形PMNの相似比は

2：(2+1)=2：3



⇩

三角形PBCと三角形PMNの<u>面積比</u>は

(2×2)：(3×3)=<u>4：9</u>

色付き部分の面積の比は　(9−4=)5

求める面積は　正三角形の$\frac{5}{4}$倍です。

$48\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{4}=\underline{10(cm^2)}$

$\boxed{10cm^2}$