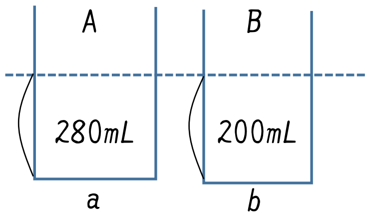
例題1

(1)　２つの直方体の形の容器Ａ，Ｂがあります。Ａに280mL，Ｂに200mLの水を入れたところ，ＡとＢの水の深さは同じになりました。ＡとＢの底面積の比を求めなさい。

(2)　２つの円柱の形の容器Ａ，Ｂに，同じ量の水が入っています。ＡとＢの底面積の比は４：３で，水面の高さはＢの方がＡよりも２cm高いです。Ａの水面の高さは何cmですか。

(1)



水の深さが一定のとき，

水の体積と底面積は比例します。

↓

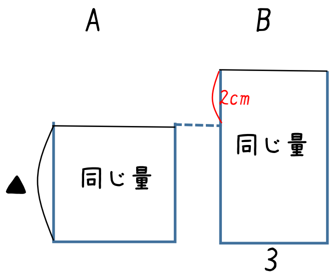
体積の比＝底面積の比

↓

したがって，a : b = 280:200 = **7 : 5**

$\boxed{7 : 5}$

(2)



水の体積が一定のとき，

底面積の比と高さは反比例します。

↓

高さの比＝底面積の逆比

↓

したがって，Aの高さ : Bの高さ $= \frac{1}{4} : \frac{1}{3}$

$= 3 : 4$

4−3=1 ⇒ 比の1が2cmにあたるので，

Aの高さは 2x3=6(cm)

$\boxed{6cm}$

予習シリーズ P.128

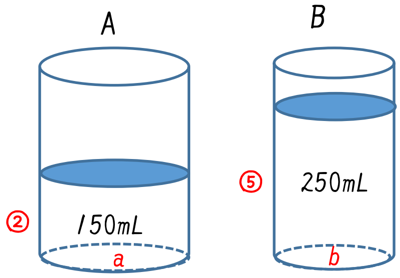
① 底面積が一定のとき，水の体積と水の深さは比例する。
➡ 水の体積の比＝水の深さの比

② 水の深さが一定のとき，水の体積と底面積は比例する。
➡ 水の体積の比＝底面積の比

③ 水の体積が一定のとき，底面積と水の深さは反比例する。
➡ 底面積の比と水の深さの比は逆比の関係

例題2

２つの円柱の形の容器Ａ，Ｂがあります。Ａに150mL，Ｂに250mLの水を入れたところ，ＡとＢの水の深さの比は２：５になりました。ＡとＢの底面積の比を求めなさい。



円柱において，

（底面積）×（高さ）＝（体積）　より，

底面積の比＝体積÷高さの比

$$=\frac{\text{体積}}{\text{高さの比}}$$

したがって，右の図の a ： b は，

$$\frac{150}{2} : \frac{250}{5}$$

両辺 x10

= 5x150 ： 2x250

両辺÷10

= 5x15 ： 2x25

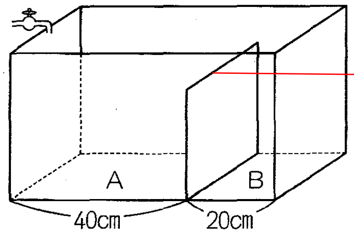
= 3 ： 2

$\boxed{3 : 2}$

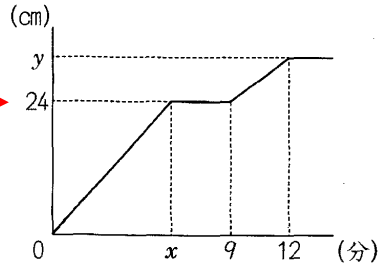
例題3

（図１）のような直方体の形の容器があります。容器の底は，側面と平行な長方形の仕切り板でＡ，Ｂの２つの部分に分けられています。（図２）のグラフは，水が入っていない状態から，Ａの部分に一定の割合で水を入れたときの，水を入れ始めてからの時間と，Ａの部分の水面の高さの関係を表したものです。x，y にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。ただし，仕切り板の厚さは考えないものとします。

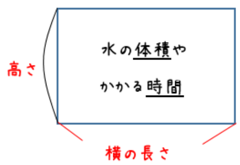
（図１）

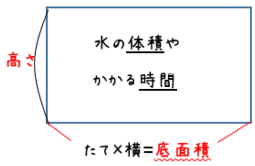


（図２）



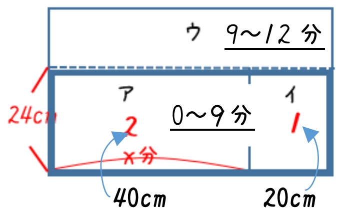
このように 奥行きが一定 の容器の問題は，奥行きを省いて長方形の図（正面から見た図）を書きます。

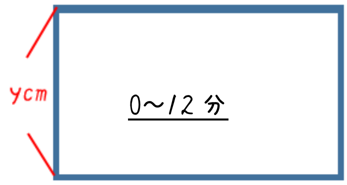




下の図で，水はアーイーウの順に入ります。 イ（B）の部分に入っているときは A の水深に変化はありません。

グラフより仕切り板の高さは 24cm です。





仕切り板をはさんだアとイの体積の比は

40cm:20cm=2 : 1

↓

アとイに水がたまる時間も 2 : 1

高さが同じだから

xの値は 9 分 $\times \frac{2}{2+1}$ = 6（分）

yは 12 分でたまる水の高さです。

仕切り板があってもなくても 12 分でたまる水の体積は変わりません。

9 分で 24cm ですから 12 分の高さは?

$24 \times \frac{12}{9}$ = 32(cm)･･･yの値

x･･･6　　y･･･32

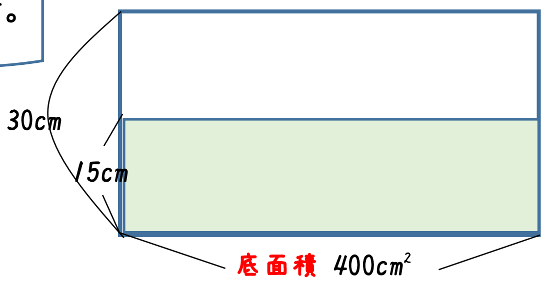
例題4

底面積が400cm²，高さが30cmの直方体の形の容器に，15cmの深さまで水が入っています。

(1)　水の中に，体積が800cm³のおもりを完全にしずめると，水の深さは何cmになりますか。

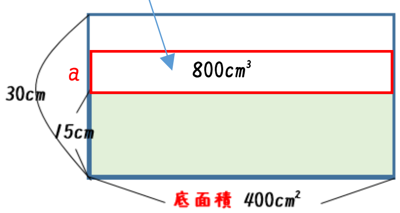
(2)　底面積が75cm²の円柱のおもりを，底面が容器の底につくように入れたところ，おもりは完全にしずみ，水の深さは18cmになりました。おもりの高さは何cmですか。

奥行きが同じだから　直方体を正面から見た図　をかきます。



(1)

おもりの体積分の水をおしのけますから下の図のようになります。



増えた分の深さ(a)は，　800÷400=2(cm)

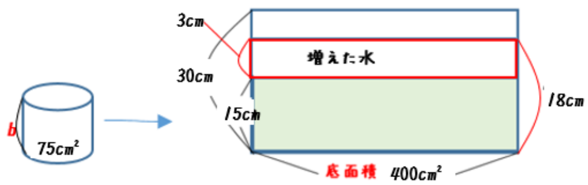
水の深さは，

15+2=17(cm)

17cm

(2)

おもりは完全に沈んでいますから(1)と同様に考えます。



増えた水の体積 ＝ おもりの体積　です。

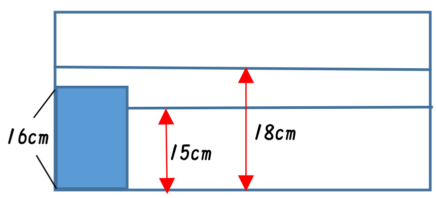
$400 \times (18-15) = 75 \times b$

$75 \times b = 1200$

$b = 1200 \div 75 = 16$(cm)・・・おもりの高さ

16cm

(2)
計算をした後にわかるのですが，おもりの高さは 16cm ですから，もとの水面の高さより高くなります。(新しい水面より下)



例題5

底面積が300cm²，高さが20cmの直方体の形の容器に，12cmの深さまで水が入っています。いま，底面積が60cm²，高さが25cmの円柱の棒(ぼう)を，底面が容器の底につくまで入れました。

(1)　水の深さは何cmになりましたか。

(2)　その後，棒を底からまっすぐに8cm引き上げると，水の深さは何cmになりますか。

(1)　解法1

図1で，A の水量=B の水の量　より

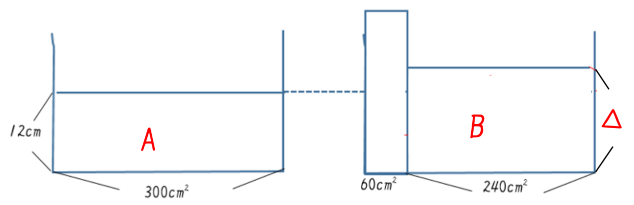
300x12 = (300-60)x△

3600 = 240 x△

△=3600÷240 = 15(cm)

15cm

[図1]



解法2

図2で，おもりのアの部分が押しのけた水はイに移動していますから，

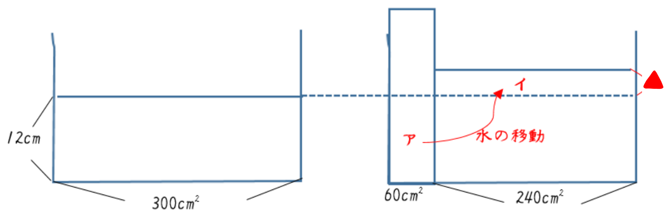
アイ　です。

60x12 = 240x▲

▲=720÷240 = 3(cm)

したがって，12+3=15(cm)

[図2]



(2)　おもりを8cm引き上げた図です。

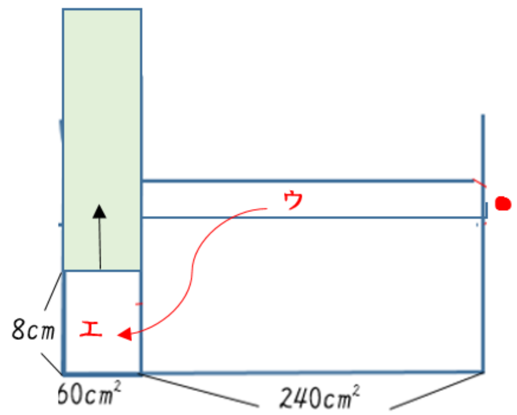
エに空間ができますから，そこへウの水が入り込みます。

すなわち　エ=ウ　です。

60x8 = 240x●

●=480÷240

=2(cm)



(1)で水面の高さは15cmになっていますから，

求める水の深さは，

15-2=13(cm)

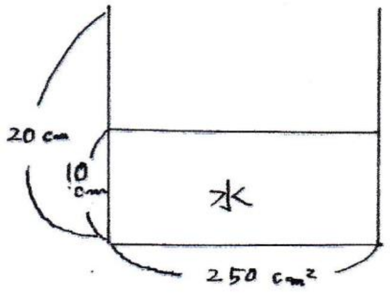
13cm

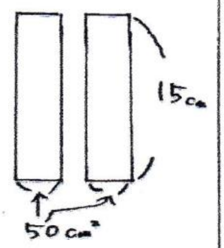
例題6

底面積が250㎠，高さが20cmの直方体の形の容器に，10cmの深さまで水が入っています。また，底面積が50㎠，高さが15cmの円柱の棒が２本あります。

(1)　棒を１本，底面が容器の底につくまで入れると，水の深さは何cmになりますか。

(2)　棒を２本，底面が容器の底につくまで入れると，水の深さは何cmになりますか。

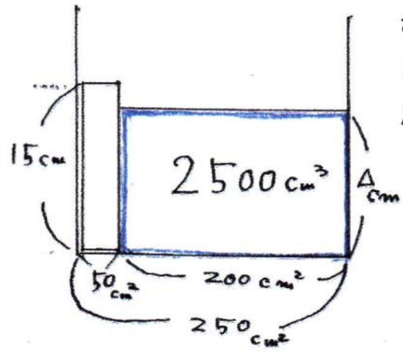




(1)

水の体積は

$250 \times 10 = 2500$ (cm³)



おもりを１本たてたときの水の部分の底面積は

$250 - 50 = 200$ (cm²)

水の深さ(△cm)は

おもりは沈まない。

$2500 \div 200 = 12.5$ (cm)

(おもりの長さが15cmですから，おもりより下の位置にあります。)

12.5 cm

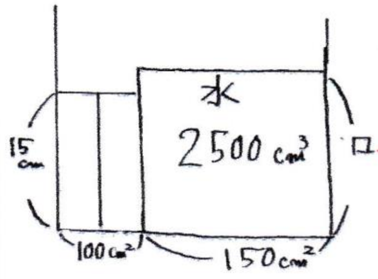
(2)

おもりを２本たてたときのおもりの底面積は

$50 \times 2 = 100\text{cm}^2$

水の部分の底面積は

$250 - 100 = 150$ (cm²)



このときの水の高さは

$2500 \div 150$

$= 16\frac{2}{3}$ (cm)

おもりの高さより上であることがわかる。

おもりは完全に沈みますから，

水の深さは

(２本のおもりの体積＋2500cm³)÷底面積

$(100 \times 15 + 2500) \div (100 + 150)$

$= 4000 \div 250$

$= 16$ cm

16cm

(注)予習シリーズでは，増える分だけ計算をしてもとの高さに足しています。