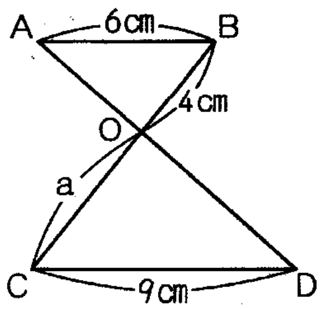
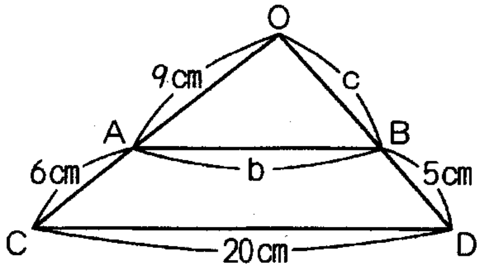
例題1

(図1)，(図2)のどちらもABとCDは平行です。a～cの長さはそれぞれ何cmですか。

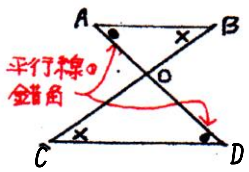
(図1)



(図2)



クロス型（りぼん型）



平行線の錯角（さっかく）は等しいので　×＝×　●＝●

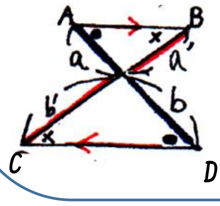
⇓

2組の角がそれぞれ等しいので

⇓

三角形OABと三角形ODCは相似

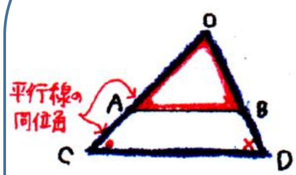
⇓



AB:DC = a:b = a':b'

ひねって対応していることに注意

ピラミッド型



平行線の同位角は等しい。　×＝×　●＝●

⇓

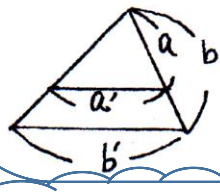
2組の角がそれぞれ等しいので

⇓

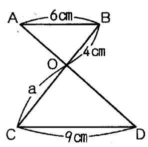
三角形OABと三角形OCDは相似

⇓

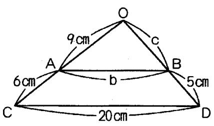
$\boxed{a:b=a':b'}$



説明と問題文のアルファベットの位置がちがいます。



説明と問題文のアルファベットの位置がちがいます。



aの長さ

上の公式より，

比例式をつくると

6 : 9 = 4 : a

6×a = 9×4　　a = 9×4÷6 = 6(cm)

$\boxed{6cm}$

bの長さ

b : 20 = 9 : (9+6)

b×(9+6) = 20×9

b = 180÷15

　= 12(cm)

$\boxed{12cm}$

ピラミッド型は

OA:AC=OB:BD もある！

cの長さ

両側の部分：部分

c : 5 = 9 : 6

c×6 = 5×9

c = 45÷6

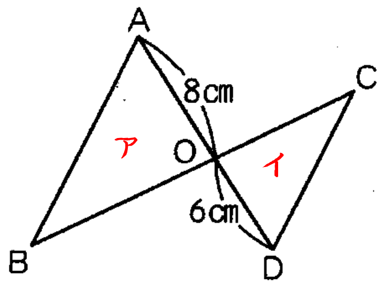
　= 7.5(cm)

$\boxed{7.5cm}$

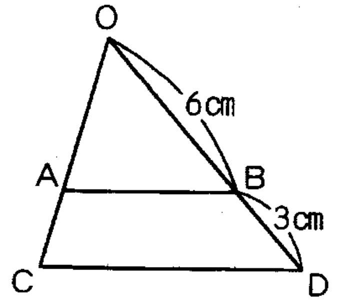
例題2

（図１），（図２）のどちらもＡＢとＣＤは平行です。（図１）の三角形ＯＡＢと三角形ＯＤＣの面積の比，（図２）の三角形ＯＡＢと台形ＡＣＤＢの面積の比をそれぞれ求めなさい。

（図１）



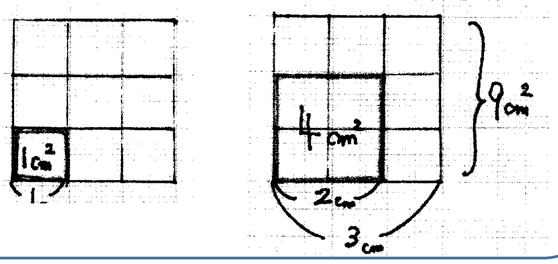
（図２）



相似比が a ： b のとき，

面積比は （a×a） ： （b×b）

※三角形も同様です。



AB と CD が平行ですから，2つの三角形はクロス型（リボン型）の相似形です。

アとイの相似比は

8cm:6cm = 4 : 3

したがって，

アとイの面積比は，

4x4 ： 3x3

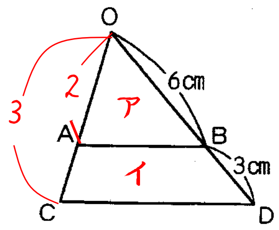
= 16 ： 9

16 ： 9

相似比は まず，

全体:全体

で考えます。



三角形 OAB と三角形 OCD の

相似比は 6 ： (6+3)

= 6 ： 9 = 2 ： 3

面積比は 2x2 ： 3x3 = 4 ： 9

ア　　ア+イ

したがって，

ア ： イ ＝ 4 ： (9−4)

＝ 4 ： 5

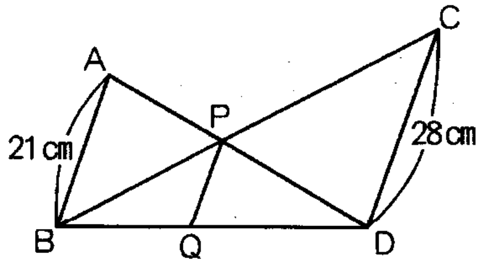
4 ： 5

例題3

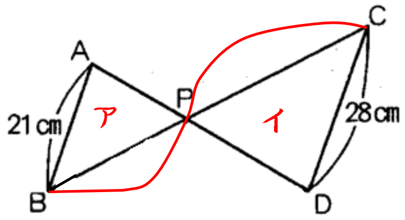
右の図は，三角形ＡＢＤと三角形ＣＢＤを重ねた図形の中に直線ＰＱを引いたもので，ＡＢとＣＤとＰＱは平行です。

(1)　ＢＰ：ＰＣを求めなさい。

(2)　ＰＱの長さは何cmですか。



(1)　AB と CD が平行ですから　アとイ　の三角形はクロス型の相似です。



たがって，

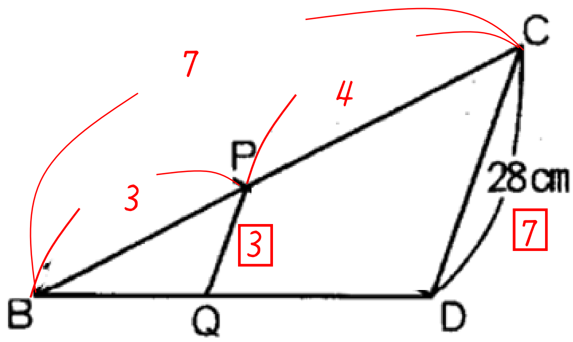
BP ： PC ＝ AB ： DC

＝ 21 ： 28

＝ 3 ： 4

$\boxed{3 : 4}$

(2)　三角形 CBD を抜き出して考えてみます。



CD と PQ は平行ですから

三角形 PBQ と　三角形 CBD は相似です。

↓

BP ： BC ＝ PQ ： CD

(1)より　BP ： BC ＝ 3 ： (3+4) ＝ 3 ： 7

↓

上の図で，$\boxed{7}$が 28cm にあたるので

$\boxed{1}$は 28÷7

$\boxed{3}$は 28÷7×3 ＝ 12(cm)

$\boxed{12cm}$

例題4

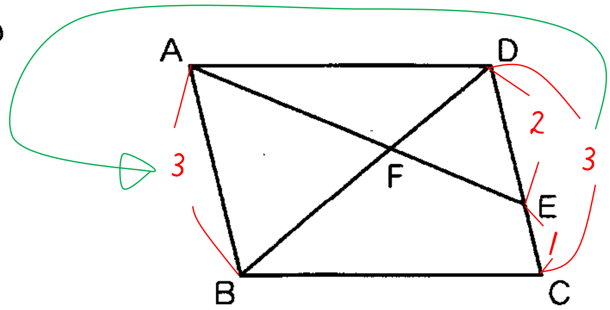
右の図は，面積が40㎠の平行四辺形ＡＢＣＤの中に直線を２本引いたもので，

ＤＥ：ＥＣ＝２：１

です。　DC ＝ 3

(1)　ＢＦ：ＦＤを求めなさい。

(2)　三角形ＡＢＦの面積は何㎠ですか。



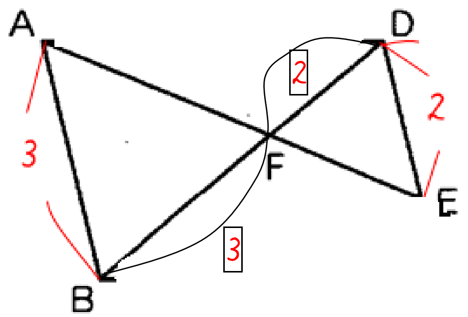
(1)　AB ＝ DC ＝ (DE+EC) ＝ 3

三角形 FAB　と三角形 FED は 3 ： 2　の相似

ですから，

BF ： FD ＝ 3 ： 2

3 ： 2



(2)　三角形 ABD の面積は　平行四辺形の面積

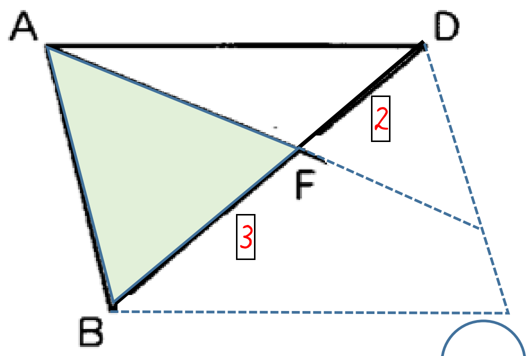
の $\frac{1}{2}$　ですから　⇒　$40\times\frac{1}{2}$ ＝ 20(cm²)

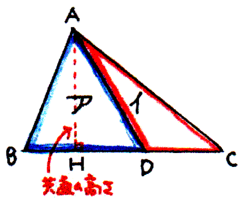
三角形 ABF の面積は，

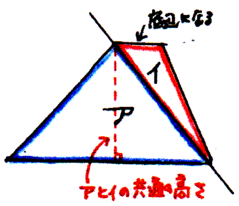
$20\times\frac{3}{3+2}$ ＝ 12(cm²)

比例配分をする

12cm²







高さが等しい三角形の

面積の比は

⬇

底辺の長さの比　に等しい。

上の左の図において，

三角形ア　と　イ　の面積の比は

$(BD \times AH \times \frac{1}{2}) : (DC \times AH \times \frac{1}{2}) = BD : DC$

右の図も同様に考える

例題5

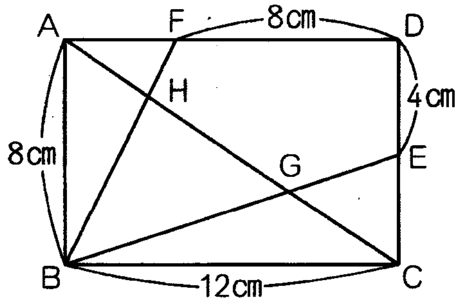
右の図は，長方形ＡＢＣＤの中に直線を３本引いたものです。

(1)　ＡＨ：ＨＣを求めなさい。

(2)　ＡＨ：ＨＧ：ＧＣを求めなさい。

(3)　三角形ＢＧＨの面積は何㎠ですか。

8



このような問題は 対角線 AC 上に比を集めていきます。

(1) AF の長さは (12−8=)4cm

アとイはクロス型の相似形で

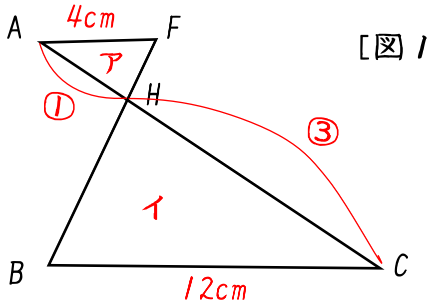
相似比は 4cm : 12cm = 1 : 3

↓

AH : HC = 1 : 3

1 : 3

[図1]



(2) EC の長さは (8−4=)4cm

ウとエはクロス型の相似形で

相似比は 8cm : 4cm = 2 : 1

↓

AG : GC = 2 : 1

[図2]

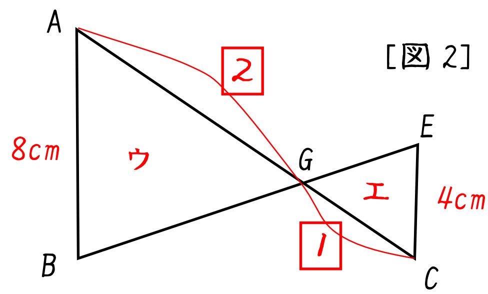


図1では AC の長さが(1+3=) ④

図2では AC の長さが(2+1=) 3

↓

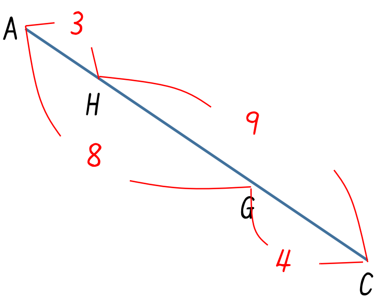
AC の長さを最小公倍数の 12 にそろえるため

○×3　□×4 をします。

↓

AH : HC = 1x3 : 3x3 = 3 : 9

AG : GC = 2x4 : 1x4 = 8 : 4



左の図より，

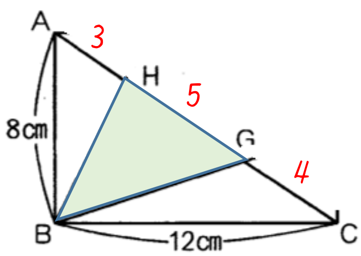
AH : HG : GC

=3 :(8−3):4

= 3 : 5 :4

3 : 5 : 4

(3)



三角形 ABC の面積は $12\times8\div2=48cm^2$

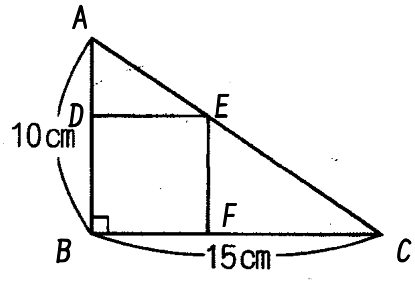
求める面積(色つき部分)は

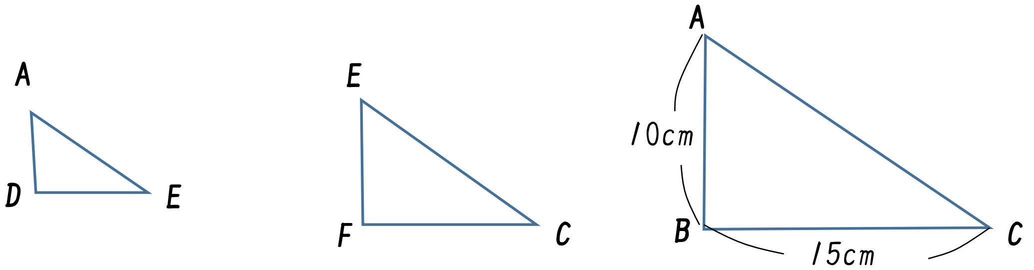
$$48\times\frac{5}{3+5+4}=20cm^2$$

$20cm^2$

例題6

右の図のように，直角三角形の中に正方形がかかれています。正方形の１辺の長さは何cmですか。





上の3つの三角形はすべて相似で，高さと底辺の比は　10cm ： 15cm ＝ 2 ： 3 です。

三角形ADEにおいて，

ADを②とすると，DEは③

正方形なので，　DE=DB=③

↓

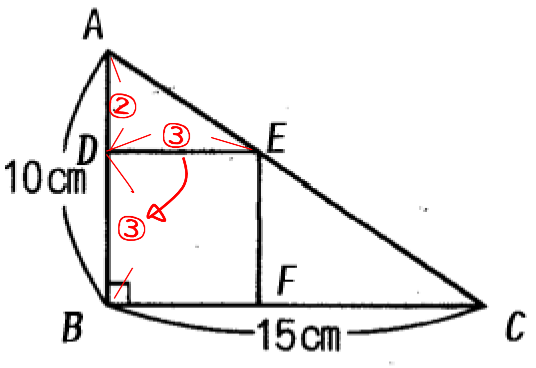
ABの長さの比は(2+3=)⑤

⑤が10cmにあたるので

①は　10÷5=2cm

正方形の1辺は③なので，

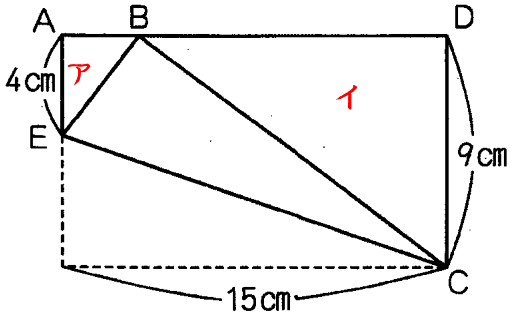
2×3=6cm　・・・正方形の1辺の長さ



6cm

例題７

右の図は，長方形の紙を折り返したようすです。ＢＤの長さは何cmですか。



なぜ，三角形アとイが相似形になるのか。

右の図で，角EBCは直角なので

○＋△＝90°・・・①

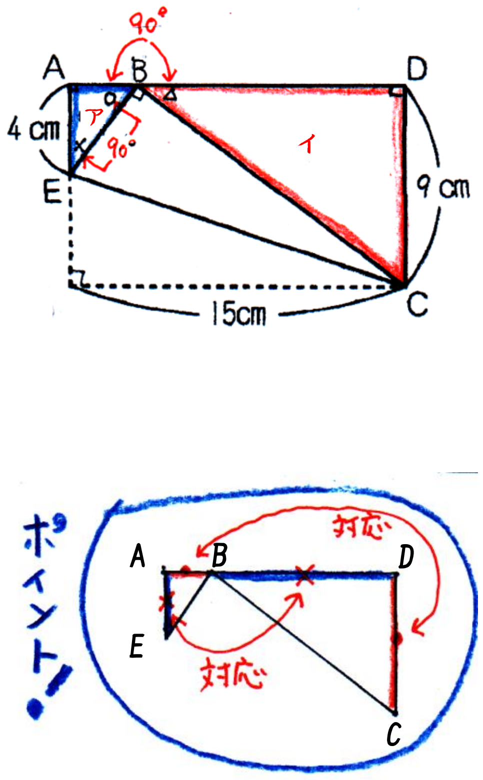
また，アの三角形は直角三角形なので，

○＋X＝90°・・・②

①と②より，○は共通なので　△＝X

したがって，アとイの三角形において

右の図のように対応する相似形になります。



右下の図で，折り返しだから

EB=5cm　BC=15cm

EBとBCは対応する辺なので，

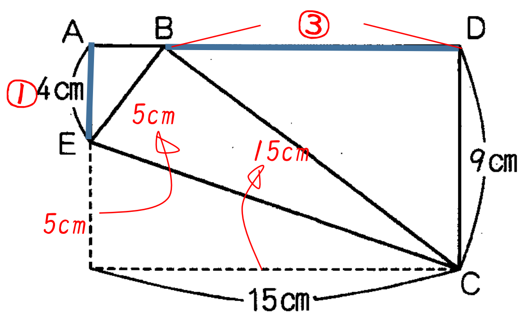
アとイの相似比は

5cm : 15cm = 1 : 3

対応する辺 AEとBDに着目します。

AEを①とすると，①=4cm

BDは③なので，　4×3=12cm・・・BDの長さ



12cm