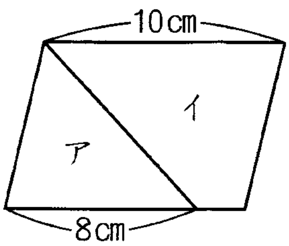
例題1

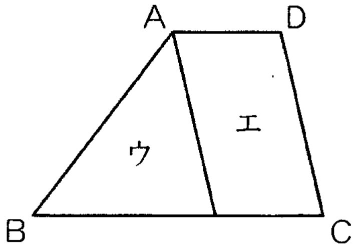
(1)（図1）は，平行四辺形の中に直線を1本引いたものです。三角形アと台形イの面積の比を求めなさい。

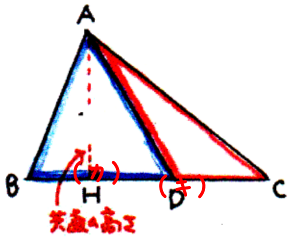
(2)（図2）は，台形ＡＢＣＤの中に直線を1本引いて，三角形ウと平行四辺形エに分けたもので，三角形ウの面積は15㎠，平行四辺形エの面積は18㎠です。ＡＤ：ＢＣを求めなさい。

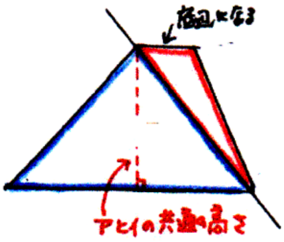
（図1）



（図2）







高さが等しい三角形の
面積の比は
⬇
底辺の長さの比　に等しい。

上の左の図において，

三角形(カ)と三角形(キ)の面積の比は

$$(BD \times AH \times \frac{1}{2}) : (DC \times AH \times \frac{1}{2}) = BD : DC$$

同じ

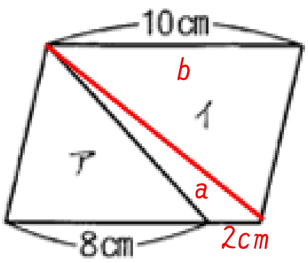
右の図も同様に考える

右の図のように イの四角形を a と b の2つの三角形に分けます。

a の底辺は(10−8=)2cm， b の底辺は 10cm

ア， a ， b の3つの三角形の高さは同じですから，

アとイの面積の比は， 8 ： (2+10) ＝ 8 ： 12 ＝ **2 ： 3**

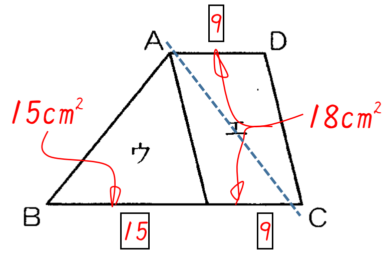


2 ： 3

右下の図のように対角線 AC をひき2つの合同な三角形に分けます。

エの上底と下底の比を(18÷2=)9 とすると，

AD ： BC ＝ 9 ： (15+9) ＝ 9 ： 24 ＝ **3 ： 8**



3 ： 8

例題2

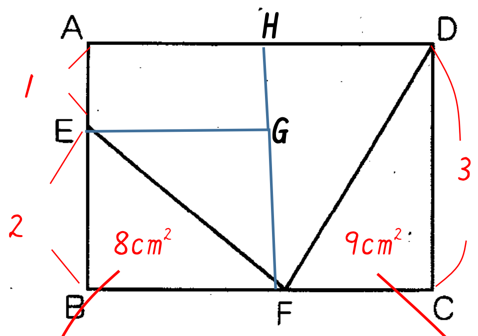
右の図は，長方形ＡＢＣＤの中に直線を２本引いたものです。三角形ＥＢＦの面積は８㎠，三角形ＤＦＣの面積が９㎠で，

ＡＥ：ＥＢ＝１：２

です。

(1)　ＢＦ：ＦＣを求めなさい。

(2)　長方形ＡＢＣＤの面積は何㎠ですか。



(1)　上の図のように三角形を2倍すると四角形ができます。

四角形 EBFG の面積は，　$8 \times 2 = 16cm^2$

四角形 HFCD の面積は，　$9 \times 2 = 18cm^2$

↓

(BF の長さの比):(FC の長さの比)

$(16 \div 2 =) 8 : (18 \div 3 =) 6 = \underline{4 : 3}$

$\boxed{4 : 3}$

長方形のかたちにしなくても，

$8 \div 2 = 4 \cdots BF$　　$9 \div 3 = 3 \cdots FC$

↓

$BF : FC = 4 : 3$

底辺の比＝$\dfrac{\text{面積の比}}{\text{高さの比}}$

(2)　右の図で，

$AE : EB = 1 : 2$

四角形 $EBFG = 16cm^2$

↓

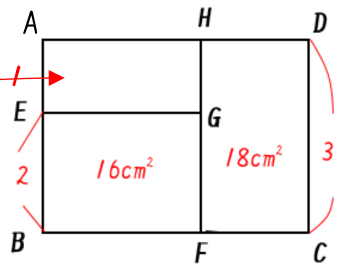
四角形 $AEGH = (16 \div 2 =) 8cm^2$

↓

求める面積は，

$8 + 16 + 18 = 42 (cm^2)$

$\boxed{42cm^2}$



例題3

右の図は，三角形ＡＢＣの中に直線を３本引いたもので

ＡＤ：ＤＢ＝１：２

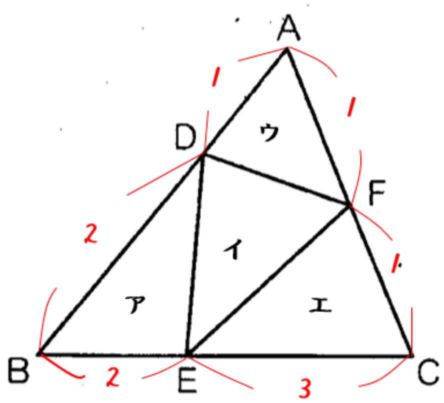
ＢＥ：ＥＣ＝２：３

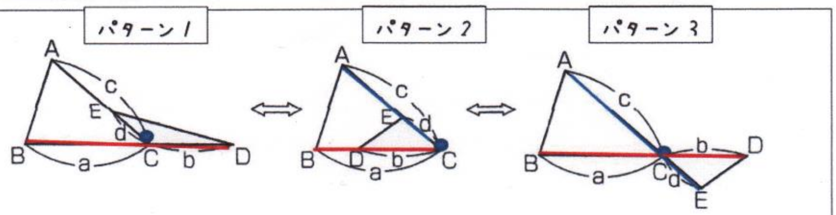
ＣＦ：ＦＡ＝１：１

です。このとき，次の比を求めなさい。

(1)　三角形ＡＤＦと三角形ＡＢＣの面積の比

(2)　三角形ＤＥＦと三角形ＡＢＣの面積の比





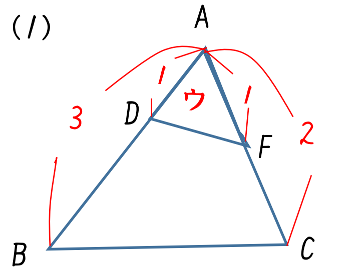
大小2つの三角形において，
1つの頂点(C)が共通で
それぞれの2つの辺が同じ直線上にあるとき
赤線部分を底辺，青線分を高さの割合とすることができる。
↓
大小の三角形の大きさの比を求めるとき，「÷2」は共通なので省くと

大：小＝(a×c)：(b×d)になり　式を変形すると

$\frac{小}{大} = \frac{b \times d}{a \times c} \rightarrow \frac{b}{a} \times \frac{d}{c}$ と表すことができます。

どれか1つの式を覚える。!

(1)



三角形 ABC を「大」とすると，

AB=(1+2=)3　AC=(1+1=)2

↓

$\frac{ウ}{大} = \frac{1 \times 1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$ ⇒

ウ：ABC＝1：6

$\boxed{1 : 6}$

(2)　(1)と同様にして　アとエ　の比も出します。

$\frac{ア}{大} = \frac{2 \times 2}{3 \times 5} = \frac{4}{15}$ ⇒ アの面積は三角形 ABC の$\frac{4}{15}$

$\frac{エ}{大} = \frac{3 \times 1}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$ ⇒ エの面積は三角形 ABC の$\frac{3}{10}$

三角形 DEF(イ)は全体からア，ウ，エを引いたものです。

三角形 ABC の面積を1とすると，

$1 - (\underbrace{\frac{1}{6}}_{ウ} + \underbrace{\frac{4}{15}}_{ア} + \underbrace{\frac{3}{10}}_{エ}) = \frac{4}{15}$ ⇒ イ：ABC＝4：15

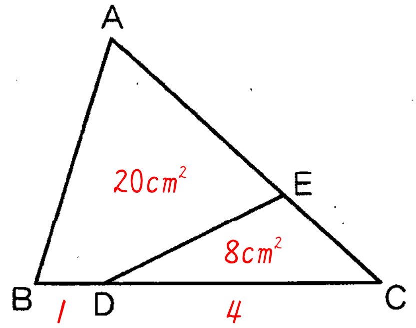
$\boxed{4 : 15}$

例題4

右の図は，三角形ＡＢＣの中に直線を１本引いたもので，

ＢＤ：ＤＣ＝１：４

です。四角形ＡＢＤＥの面積が20㎠，三角形ＥＤＣの面積が８㎠であるとき，ＡＥ：ＥＣを求めなさい。



予習シリーズの解法は下段（別解）にあります。

A と D を結びます。[図 1]

全体の面積（三角形 ABC）は，　$20+8=28(cm^2)$

三角形 ADE（色つき部分）の面積は，

$$28\times\frac{4}{1+4}=22.4(cm^2)$$

図 1

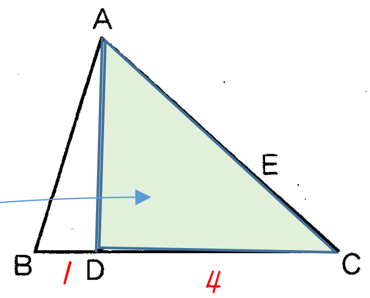


図2において，　イの面積は 8cm2 ですから

ア　は $22.4-8=14.4(cm^2)$

アとイは頂点が共通ですから，

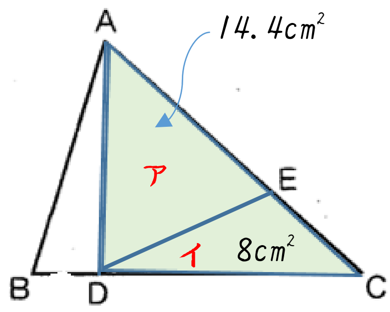
$AE : EC = 14.4 : 8$

$= 144 : 80$

$= \underline{9 : 5}$

$\boxed{9 : 5}$

図 2



［別解］　例題3のパターン2を使います。　予習シリーズの解法

三角形 CAB を大　，三角形 CED を小　とすると，

$$\frac{小}{大}=\frac{b}{a}\times\frac{d}{c}$$

$$\frac{8}{20+8}=\frac{4}{5}\times\frac{CE}{CA}$$

$$\frac{2}{7}=\frac{4}{5}\times\frac{CE}{CA}$$

$$\frac{CE}{CA}=\frac{2}{7}\div\frac{4}{5}$$

$$=\frac{2}{7}\times\frac{5}{4}$$

$$=\frac{5}{14}$$

$CA : CE = 14 : 5$

↓

$AC : EC = 14 : 5$

$AE : EC = (14-5) : 5$

$= \underline{9 : 5}$

例題5　　難関校対策

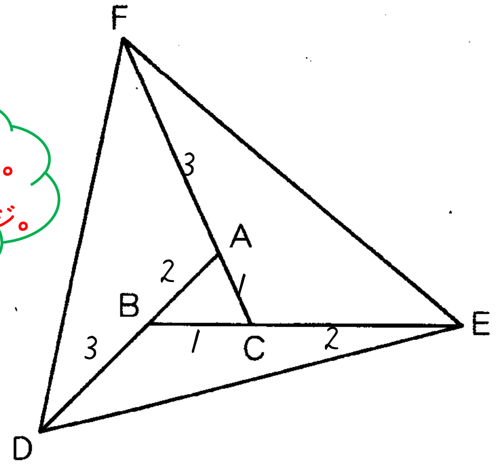
右の図の点D，E，Fは，三角形ABCの各辺をそれぞれ延長した直線上にあり，

AB：BD＝2：3
BC：CE＝1：2
CA：AF＝1：3

です。このとき，次の比を求めなさい。

(1)　三角形ABCと三角形BDEの面積の比
(2)　三角形ABCと三角形DEFの面積の比

予習シリーズの別解です。
テキストの解法は次ページ。



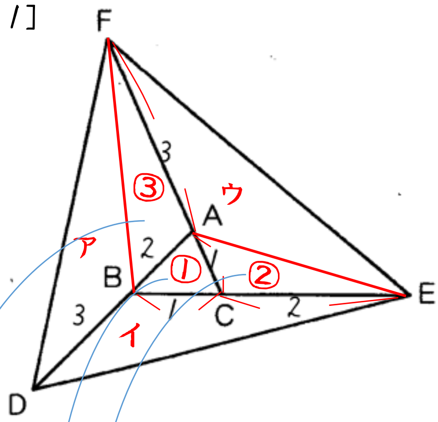
［手順］

まず，図の中に与えられた比を書き入れます。

次に F と B，E と A を結びます。

三角形 ABC の面積を①として，底辺の比をもとにしてそれぞれの三角形の面積を○で表していきます。

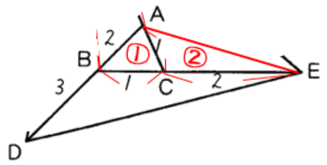
［図 /］



(/)　図 / で三角形 ABC の面積を①とすると，

底辺の比から　③，②が決まります。

下の図で，



△ABE の面積は(/+2=)③

AB:BE=2:3 なので

△BDE の面積は　三角形 ABE の$\frac{3}{2}$倍

$③\times\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$ …イ

したがって，求める比は

$/ : \frac{9}{2} = 2 : 9$

2 ： 9

(2)　上の図で

アは　$③\times\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$ …ア

ウは　$②\times\frac{3}{1}$ ＝ ⑥…ウ

三角形 DEF は
　　　　ア　イ　ウ
3 ＋ / ＋ 2 ＋ 4.5 ＋ 4.5 ＋ 6

＝ 2/

三角形 ABC は / なので，

求める比は，

/ ： 2/

/ ： 2/

[予習シリーズの解法]

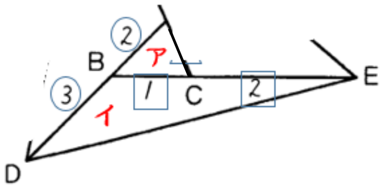
例題３に掲載のパターン１を使います。

(1)

アとイは

□と○を使って B をはさむ2辺の積の比

で表すことができます。



○ □

ア ： イ ＝ (2×1) ： $\{3 \times (1+2)\}$

＝ 2 ： 9

$\boxed{2 : 9}$

(2) 同様にアとウを□と△で表す

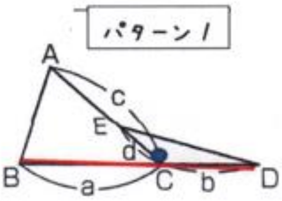
ア ： ウ ＝ (1×1) ： $\{2 \times (1+3)\}$

＝ 1 ： 8

アとエを△と○で表すと，

ア ： エ ＝ (1×2) ： $\{3 \times (2+3)\}$

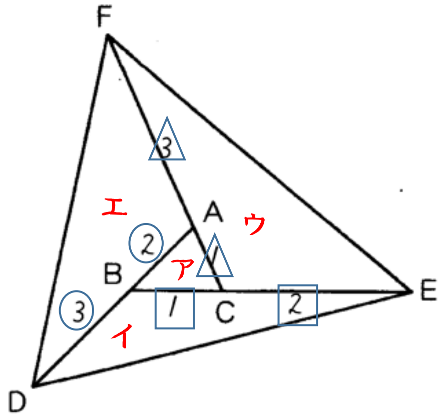
＝ 2 ： 15



大 ： 小 ＝ $(a \times c)$ ： $(b \times d)$ になり　式を変形すると

$\frac{小}{大} = \frac{b \times d}{a \times c} \rightarrow \frac{b}{a} \times \frac{d}{c}$ と表すことができます。

どれか1つの式を覚える。!



左の2つの式で，

アを2にそろえるため　上の式を2倍すると

↓

ア ： ウ ＝ 2 ： 16　となるので，

ア ： イ ： ウ ： エ ＝ 2 ： 9 ： 16 ： 15

↓

したがって，

アと三角形 DEF の面積の比は

2 ： $(2+9+16+15)$ ＝ 1 ： 21

$\boxed{1 : 21}$