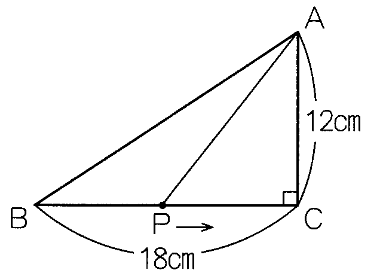
例題1

右の図のような直角三角形ＡＢＣがあります。点Ｐは Ｂを出発して，秒速２cmで辺上をＢ→Ｃ→Ａの順に動きます。

(1)　点Ｐが出発してから11秒後の三角形ＡＢＰの面積は何㎠ですか。

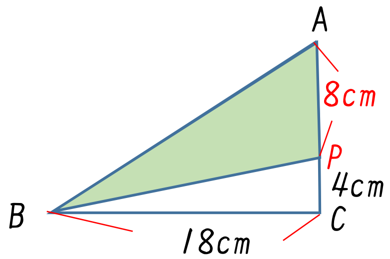
(2)　三角形ＡＢＰの面積が36㎠になるのは，点Ｐが出発してから何秒後と何秒後ですか。



(1)　Pが11秒間に動いたきょりは，

$2\times11=22$(cm)

Cまでが18cmですからPはCを通り過ぎて，さらに$(22-18=)4$cm進みます。



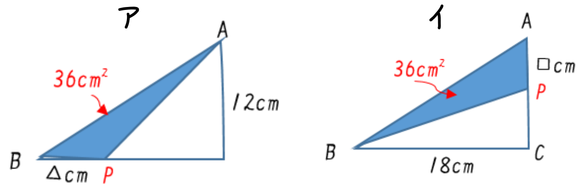
$AP=(12-4=)8$cmですから，

三角形ABPの面積は，

$8\times18\div2=72(cm^2)$

$72cm^2$

(2)　面積が$36cm^2$になるのは，下の図のように2通りあります。



アの場合，

BP=△cmとすると，　$\triangle\times12\div2=36$

$\triangle=36\times2\div12$

$=6$cm

このときのかかる時間は，

$6\div2=3$秒・・・ア

イの場合，

AP=□cmとすると，　$\square\times18\div2=36$

$\square=36\times2\div18$

$=4$cm

このときのB−C−Pの長さは，

$(18+12)-4=26$cm

Pが26cm進んだときですから，

かかる時間は，

$26\div2=13$秒・・・イ

3秒後と13秒後

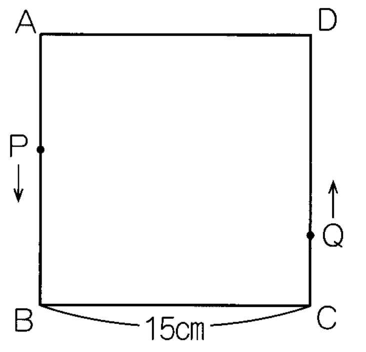
例題2

右の図のような正方形ＡＢＣＤがあります。点Ｐ はＡを出発して秒速５cmで，点ＱはＣを出発して秒速３cmで，それぞれ矢印の方向に辺上をまわり続けます。点Ｐと点Ｑが同時に出発するとき，

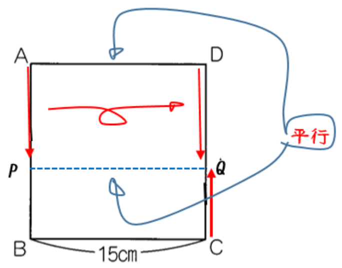
(1)　直線ＰＱがはじめて辺ＡＤと平行になるのは，２点が出発してから何秒後ですか。

(2)　点Ｐと点Ｑがはじめて D を同時に通過するのは，２点が出発してから何秒後ですか。

(3)　点Ｐと点Ｑが３回目にＤを同時に通過するのは，２点が出発してから何秒後ですか。



(1)



PQ が AD と平行になるのは，左の図のようになるときです。

AP=DQ ですから， P と Q の進んだ距離の和 は 15cm です。

※すれちがい（出会い）の問題です。

したがって，かかる時間は，

$15 \div (5+3) = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$（秒）

$\boxed{1\frac{7}{8}\text{ 秒後}}$

(2)　P がはじめて D につく時間は，(15×3)÷5=9 秒後　　Q は 15÷3=5 秒後

その後は 1 周分になるので，P は (15×4)÷5=12 秒ごと　　Q は (15×4)÷3=20 秒ごと

すなわち，

P と Q が D を通るのは出発してから，

P・・・9 秒後，(9+12=) 21 秒後，(21+12=) 33 秒後，(33+12=) 45 秒後・・・

Q・・・5 秒後，(5+20=) 25 秒後，(25+20=) 45 秒後，(45+20=) 65 秒後・・・

したがって，　はじめて D を同時に出発するのは，45 秒後です。　$\boxed{45\text{ 秒後}}$

(3)　どちらも，D からスタートしたとき，

P は 12 秒ごと，Q は 20 秒ごとに D にもどりますから，12 と 20 の最小公倍数の 60 秒ごとに同時に D にいることになります。

したがって，D を同時に通過するのは，

1 回目・・45 秒後　　2 回目・・45+60=105 秒後　　3 回目・・105+60=165 秒後

$\boxed{165\text{ 秒後}}$

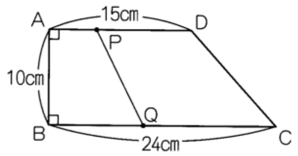
例題3

右の図のような台形ＡＢＣＤがあります。点ＰはＡを出発して，秒速１cmで辺ＡＤ上を往復(おうふく)し続けます。点ＱはＢを出発して，秒速２cmで辺ＢＣ上を往復し続けます。点Ｐと点Ｑが同時に出発するとき，

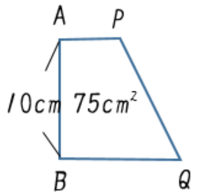
(1)　四角形ＡＢＱＰの面積がはじめて75cm²になるのは，２点が出発してから何秒後ですか。

(2)　直線ＰＱがはじめて辺ＤＣと平行になるのは，２点が出発してから何秒後ですか。

(3)　直線ＰＱがはじめて辺ＡＢと平行になるのは，２点が出発してから何秒後ですか。



(1)　高さが10cmの台形の面積が75cm²になるときを考えます。



(AP+BQ)×10÷2=75

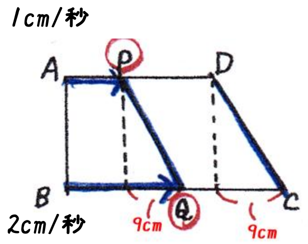
AP+BQ=75×2÷10 =15cm

Pは1秒で1cm Qは1秒で2cm
1秒で合計(1+2=)3cm うごきますから，

15cmになるのは，
15÷3=5秒後

5秒後

(2)



BCとADの長さの差は，
24−15=9cm

四角形PQCDが平行四辺形になるためには BQとAPの差も9cmにならなければならない。

PとQの位置の差が9cmになるのは，9÷(2−1)=9秒後

9秒後

(3) Qの方が速いので，
PQとABがはじめて平行になるのは，QがCをおり返した後です。

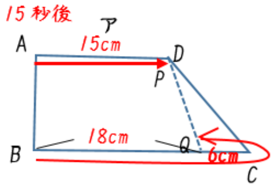
このとき，「PがDの手前」か「Dをおり返した後」かをチェックしなければなりません。

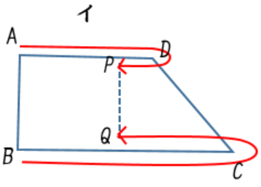
■ PがDに着くのは(15÷1=)15秒後
このとき，
QはBから(2×15=)30cmで，Cから(30−24=)6cm地点にいます。

↓

したがって，PQとABが平行になるのは，
PもDをおり返してからになります。

下の図の イ の形になります。

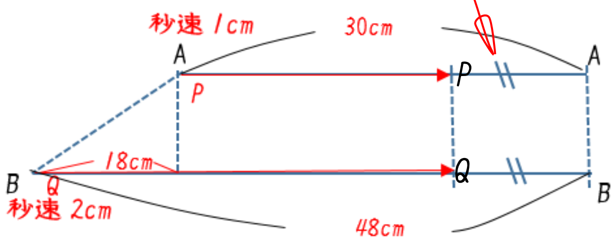




左下の イを考えます。

このような状態になるのは，
Pが(往復−AP)=15×2−AP= 30−AP(cm)
Qが(往復−BQ)=24×2−BQ= 48−BQ(cm)

AP=BQ ですから，下のようになります。



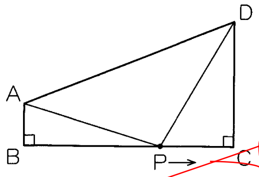
(48−30=)18cmの差が0になったときです。
(追いつき問題)
18÷(2−1)=18(秒後)

18秒後

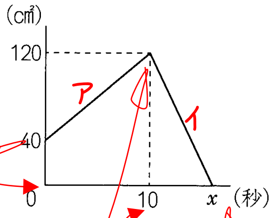
例題4

(図 1)のような台形ＡＢＣＤがあります。点ＰはＢを出発して，秒速２cmで辺上をＢ→Ｃ→Ｄの順に動きます。(図２)のグラフは，点Ｐが出発してからの時間と，三角形ＡＰＤの面積の関係を表したものです。

(図 1)



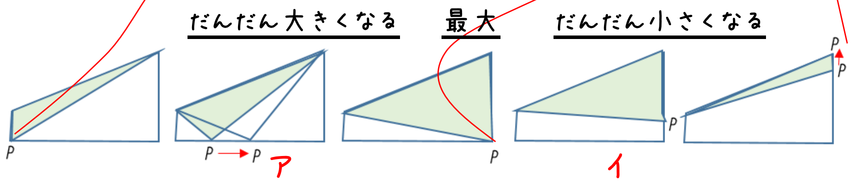
(図２)



(1)　(図１)の辺ＡＢ，辺ＤＣの長さはそれぞれ何cmですか。

(2)　(図２)の x にあてはまる数を求めなさい。

(3)　三角形ＡＰＤの面積が80㎠になるのは，点Ｐが出発してから何秒後と何秒後ですか。



(2)
xは点 P が D につくまでの時間です。

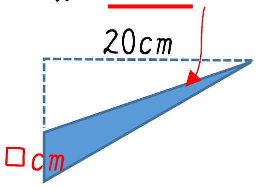
CD 間(△)にかかる時間は，
　$12 \div 2 = 6$ 秒
したがって，
　$10 + 6 = 16$(秒)

16

(1)
P は BC 間を 10 秒かかっていますから，
BC の長さは，
　$2 \times 10 = 20$(cm)

P が出発する前の面積は 40cm² なので，

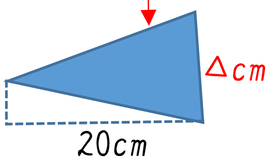
□×20÷2=40



↓

□=40×2÷20 = 4cm・・・辺 AB の長さ

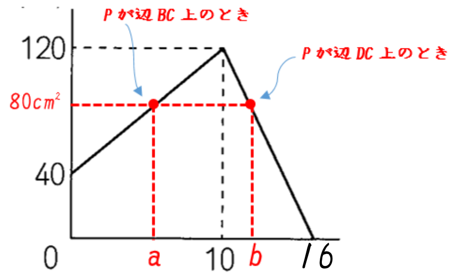
次に，面積が最大になったとき(120cm²)のときを考えます。



△×20÷2=120
↓
△=120×2÷20 = 12cm・・・辺 DC の長さ

辺 AB・・・4cm　　辺 DC・・・12cm

(3)　P が上のグラフのアとイのときに面積が 80cm² になります。



P が辺 BC 上にあるとき，10 秒で(120−40=)80cm² 増えているので，
1 秒で(80÷10=)8cm² 増えます。
↓
(80−40=)40cm² 増えるのにかかる時間は，
　40÷8=5 秒・・・a

P が DC 上にあるとき，(16−10=)6 秒で 120cm² 減っているので，
1 秒で(120÷6=)20cm² 減ります。
↓
(120−80=)40cm² 減るのにかかる時間は，
　40÷20=2 秒
したがって，　10+2=12 秒・・・b

5 秒後と 12 秒後

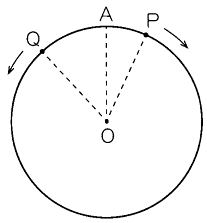
例題5

右の図のような，Oを中心とする円の周上を，2点P，QがAを同時に出発して，それぞれ一定の速さで矢印の方向にまわります。1周するのにかかる時間は，点Pは40秒，点Qは24秒です。

(1)　2点が出発してから9秒後の角POQの大きさは何度ですか。小さい方の角度を答えなさい。

(2)　出発した後，点Pと点Qがはじめて重なるのは，2点が出発してから何秒後ですか。

(3)　角PAQがはじめて直角になるのは，2点が出発してから何秒後ですか。



(1) ・Pは中心角 360 度をまわるのに 40 秒かかる

1 秒で(360÷40=) 9 度まわる。

・Qは中心角 360 度をまわるのに 24 秒かかる

1 秒で(360÷24=) 15 度まわる。

1 秒間に(9+15=) 24 度角度が開くので，

9 秒後では，　24×9=216 度

小さい方の角度は，　360−216=144 度

注意！

144 度

(2)

すれちがい(出会い)の問題

重なる=出会う(すれちがい)

360 度

Q → ← P

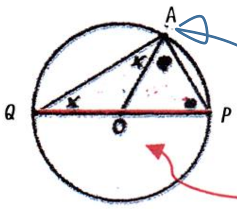
15°/秒　9°/秒

360÷(15+9)=15(秒後)

15 秒後

(3)

三角形の 1 辺が直径であるとき直角三角形になります。



左の図で，アとイの三角形はどちらも半径が同じですから二等辺三角形です。⇒　●=●　X=X　です。

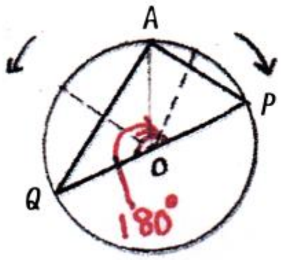
三角形 APQ で，●+●+X+X=360°　⇒　●+X=90°

よって，

角 A=90°　となります。

P と Q は反対向きに進むので PQ が直線 になるときが 直角三角形 になるときです。

P と Q が 180° はなれたとき



1 秒で 24 度開くので 180 度になるのは，

180÷24=7.5(秒後)

7.5 秒後