

例題1

- (1) 1から100までの整数のうち, 7の倍数は何個ありますか。
 (2) 98の約数は何個ありますか。

- (1) 7を1倍, 2倍, 3倍・・・とした数が7の倍数ですから,
7のかたまりが何個あるか調べます。

1~100までの7の倍数の個数は,

$$\underline{100 \div 7 = 14 \text{ あまり } 2} \quad \text{より } \underline{14 \text{ 個}}$$

14個

- (2) 例えば, 6を考えてみると, かけて6になる数は 1×6 2×3 です。
 この $1, 6, 2, 3$ を6の約数といいます。
 すなわち, 6の約数とは 「6を割ったときあまりがでない数」
 (6を割り切ってしまう数) です。

かけて98になる数は

$$\underline{1 \times 98 \quad 2 \times 49 \quad 7 \times 14} \quad \text{ですから,}$$

98の約数は, 小さい順に

$$\underline{1, 2, 7, 14, 49, 98} \text{ の } 6 \text{ 個です。}$$

6個

$\square = \bigcirc \times \triangle$ と表せるとき, \bigcirc と \triangle は \square の約数です。

ただし, $\square, \triangle, \bigcirc$ は0でない整数です。

例題2

148をわると4あまり, 200をわると2あまる整数をすべて求めなさい。

ある数で

ある数で

ある数でという言葉が省かれています。

筆算でかくと,

$$\begin{array}{r} \dots 4 \\ \square \overline{)148} \end{array}$$

4 小さければ
割り切れる

$$\begin{array}{r} \dots 2 \\ \square \overline{)200} \end{array}$$

2 小さければ
割り切れる

$$148 - 4 = 144 \quad 200 - 2 = 198$$

144と198であれば□で割り切れる。

すなわち, □は 144と198の公約数で,
あまりの4より大きい数です。

最大公約数は, $2 \times 3 \times 3 = 18$

かけて18になる数は,

1×18 2×9 3×6 なので 18の約数は,

1, 2, 3, 6, 9, 18

2	144	198
3	72	99
3	24	33
	8	11

この中であまりの4より大きい数は 6, 9, 18 です。

注意!

6, 9, 18

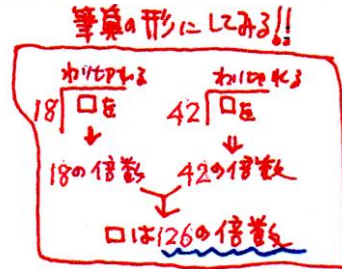
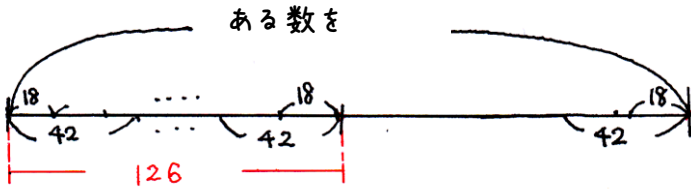
例題3

18でわっても42でわってもわり切れる1以上の整数について、次の問いに答えなさい。

- (1) このような整数のうち、小さい方から5番目の整数はいくつですか。
- (2) このような整数のうち、3000に最も近い整数はいくつですか。

(1)

「ある数を」という言葉が省かれています。



ある数は18と42の公倍数であることが分かります。

18と42の最小公倍数は126なので、小さいほうから5番目の数は、

$126 \times 1 \quad 126 \times 2 \quad 126 \times 3 \quad 126 \times 4 \quad 126 \times 5 \rightarrow 126 \times 5 = 630$ 630

(2)

$126 \times \square$ で3000に近い数を探します。

$3000 \div 126 = 23$ あまり 102 より、

$126 \times 23 = 2898$

$126 \times 24 = 3024$

念のため2通り計算してみる!

3024の方が3000に近いので答えは3024になる。

3024

例題4

(ある数を)

3でわると2あまり、4でわると1あまる整数について、次の問いに答えなさい。

- (1) このような整数を、最も小さい整数から順に3つ答えなさい。
- (2) このような整数のうち、小さい方から20番目の整数はいくつですか。
- (3) このような整数のうち、3けたで最も大きい整数はいくつですか。

(1) 筆算の形を書いてみます。

$$\begin{array}{r} A \cdots 2 \\ 3 \overline{) \square} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A \cdots 1 \\ 4 \overline{) \square} \end{array}$$

$$\square = 3 \times A + 2$$

(3の倍数+2)

$$\square = 4 \times A + 1$$

(4の倍数+1)

Aに、0, 1, 2, ...と数字を代入
していく。

$$\square = 3 \times 0 + 2 = 2$$

$$3 \times 1 + 2 = 5$$

$$3 \times 2 + 2 = 8$$

$$\square = 4 \times 0 + 1 = 1$$

$$4 \times 1 + 1 = 5$$

$$4 \times 2 + 1 = 9$$

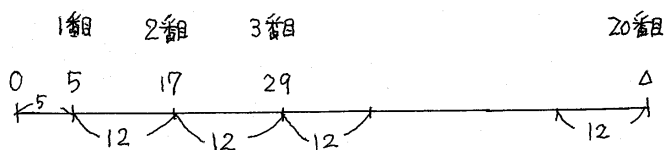
したがって、このような整数の
最も小さい数は5となります。

5のあとは、3と4の最小公倍数の
12飛びに出現します。

5, 17, 29, ...

5, 17, 29

(2)



20番目までに間の数は (20-1) 個あるので、20番目の数を求める式は

$$5 + 12 \times (20 - 1)$$

↑ はじめの数 ↑ 公差 ↑ 間の数

したがって、20番目の数は

$$5 + 12 \times 19 = 233$$

233

□番目の数 = はじめの数 + 公差 × (□ - 1)

例題4

3でわると2あまり, 4でわると1あまる整数について, 次の問いに答えなさい。

- (1) このような整数を, 最も小さい整数から順に3つ答えなさい。
- (2) このような整数のうち, 小さい方から20番目の整数はいくつですか。
- (3) このような整数のうち, 3けたで最も大きい整数はいくつですか。

(3) 5がはじめの数で, その後12飛びになるので,
12で割ると5あまる整数 と考えることができます。

↓
 12の倍数+5

↓
およその目安をつけるため, 999を12で割ってみます。

$$999 \div 12 = 83. \dots$$

12 × 83 = 996 なので,
ここに5をたすと999より大きな数になってしまいます。

したがって, 求める整数は,
 12 × 82 + 5 = 989

989

(まとめ)

3でわると2あまる整数の数列 . . . 2, 5, 8, 11, . . .

4でわると1あまる整数の数列 . . . 1, 5, 9, 13, . . .

12でわると5あまる整数の数列

5, 17, 29, 41, 53, . . .

例題5

6でわると1あまり, 8でわると3あまる200以下の整数のうち, 最も小さい整数, 最も大きい整数はそれぞれいくつですか。

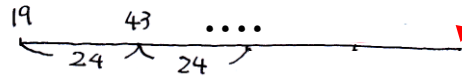
$$\begin{array}{r} A \dots 1 \\ 6 \overline{) \square} \\ \underline{0} \\ \square = 6 \times A + 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \dots 3 \\ 8 \overline{) \square} \\ \underline{0} \\ \square = 8 \times A + 3 \end{array}$$

A に 0 / 2 3... と代入すると,

$$\begin{array}{ll} 6 \times 0 + 1 = 1 & 8 \times 0 + 3 = 3 \\ 6 \times 1 + 1 = 7 & 8 \times 1 + 3 = 11 \\ 6 \times 2 + 1 = 13 & 8 \times 2 + 3 = 19 \\ 6 \times 3 + 1 = 19 & \end{array}$$

最も小さい整数...19

19の次は6と8の最小公倍数の24飛びに現れます。



「24の倍数+19」になりますから, およその目安をつけるため200を24でわってみます。

$$200 \div 24 = 8 \dots \text{より,}$$

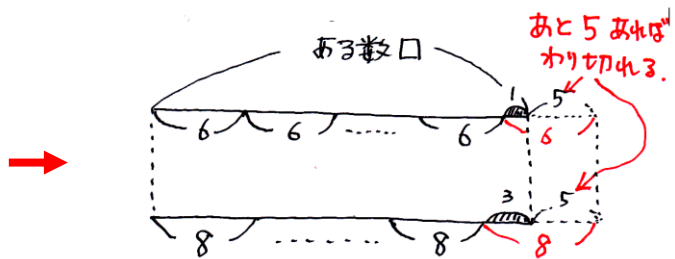
$$24 \times 8 + 19 = 211 \dots \times \text{(200をこえてしまうから)}$$

$$24 \times 7 + 19 = 187 \dots \circ$$

最も大きい整数...187

[解2]

(1) $6-1=5$ $8-3=5$ のように
「(わる数-あまり)が同じ」ときは
右の図のように考えます。



どちらも, あと5あれば6でも8でも割り切れます。

↓
ある数は「(6と8の公倍数)-5」

最小公倍数は24なので,

$$\text{求める数は, } 24 - 5 = 19$$

$$24 \times \blacktriangle - 5 = 200 \text{ として, 最大数を調べます。}$$

およその \blacktriangle の値をだします。

$$200 \div 24 = 8 \dots \text{より,}$$

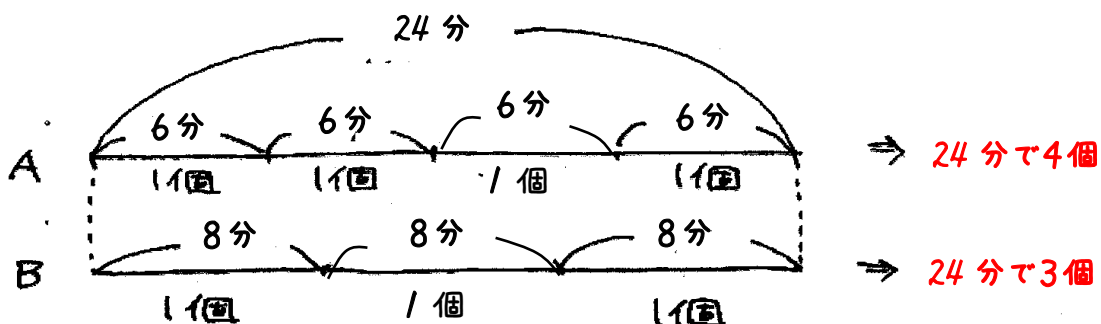
$$24 \times 8 - 5 = 187 \dots \circ$$

$$\star 24 \times 9 - 5 = 211 \dots \times$$

例題6

ある工場で、同じ製品を作る2台の機械A、Bがあります。Aは6分ごとに、Bは8分ごとに1個の製品を作ります。この2台の機械を同時に動かし始めたとき、200個目の製品ができるのは、2台の機械を動かし始めてから何時間何分後ですか。

6分ごと、8分ごとですから 最小公倍数の24分ごと に何個できるかを考えます。



24分でAとBで $4+3=7$ 個 ずつ作る事ができます。

↓

200個作るのに何分かかる？

$200 \div 7 = 28$ あまり 4 → 24分の周期が28回くり返し、あと4個分の時間。

右の図より、4個作るのに16分かかる

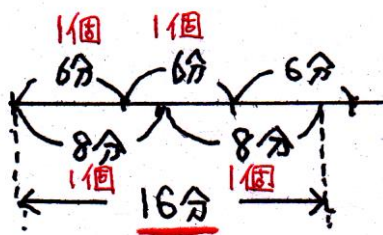
ので、全部で

$24 \text{分} \times 28 + 16 \text{分} = 688 \text{分}$

$688 \div 60 = 11$ あまり 28

↓

11時間 28分



11時間 28分後

例題7

難関校対策

1から100までの整数のうち、2でわり切れるが、3でも4でもわり切れない整数は何個ありますか。

ベン図のやり方もありますが、2の倍数をかきだしてから
3と4の倍数を消去していくやり方がおすすめです。

「手順」

(1)ここに出てくる数字が 2, 3, 4 なので、最小公倍数の12を1つの固まりとします。

(2)2の倍数を12まで並べ、3の倍数を/、4の倍数を-で消していきます。

②	4	6	8	⑩	12	} $100 \div 12 = 8$ あまり 4 12のかたまりが8個と残り4 8周期 $12 \times 8 = 96$ より、 8周期目の最後の数字は96 残り4は、 97, 98, 99, 100
⑭	16	18	20	⑳	24	
.....						
.....						

~~96~~

⑨⑧

各周期に 2個ずつ残り、9周期目に1つあります。

したがって、求める個数は、

$8 \times 2 + 1 = 17$ 個

17 個

周期の1番上の段で、1~4までの数字の中に○は1つだけ。
だから、9周期目も同じ○は1つだけ。