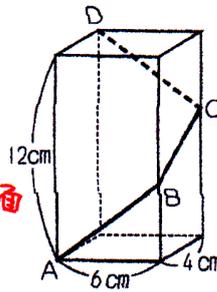


必修例題2 展開図の応用(立体表面上の最短距離)

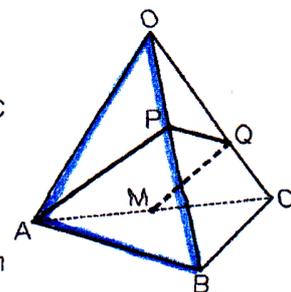
次の問いに答えなさい。

(1) (図1)のような直方体があります。この直方体の底面の1つの頂点Aから、上の面の頂点Dまで糸をピンと張りました。Cの高さは何cmですか。



(図1)

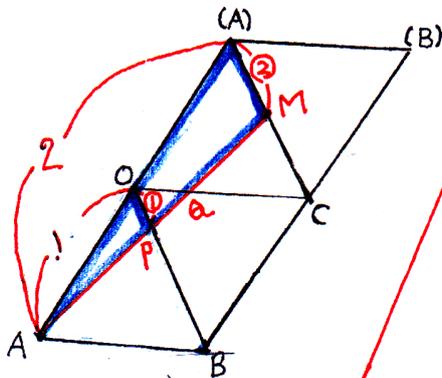
(2) (図2)のような1辺の長さが10cmの正四面体O-ABCがあります。辺ACのまん中の点をMとし、辺OB, OC上にそれぞれ点P, Qをとります。



(図2)

直線AP, PQ, QMの長さの和が最小になるとき、AP:PQ:QMの比を求めなさい。

(2)



展開図の書き方はいろいろありますが、ここでは 三角形OABを元にして、OB, OC, ACに面をくっつけていきます。

ACのまん中にMをとり、AとMを結ぶ。直線がOB, OCと交わる点がそれぞれP, Qです。

このとき、AP + PQ + QMが最小になります。
(最短距離)

まず、上の青色部分において、三角形AOPとA(M)Mは1:2の相似形なので

$OP : (A)M = 1 : 2$

Mは(A)Cの midpoint なので

(AM)の長さは5cm

②が5cmなので

①は2.5cm

... OPの長さ

次に、三角形OQPと三角形CQMに着目します。

2つの三角形は 70°型の相似形で、

$OP = 2.5\text{cm}$

$CM = 5\text{cm}$

なので

$OP : CM = 2.5 : 5 = 1 : 2$

$PQ : QM = 1 : 2$

次に、三角形OQPと三角形BAPに着目します。

2つの三角形は 70°型の相似形です。

$OP = 2.5\text{cm}$

$PB = 10 - 2.5 = 7.5\text{cm}$

$OP : PB = 2.5 : 7.5 = 1 : 3$

$PQ : AP = 1 : 3$

$AP : PQ : QM$
 $3 : 1 : 2$

$3 : 1 : 2$

