

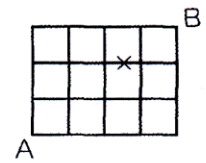
必修例題 1 場合の数①

(1) ごぼんの目のような道があります。A地点からB地点まで遠回りをして行かないで行く方法を考えます。

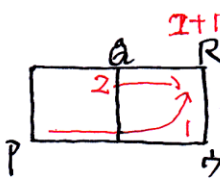
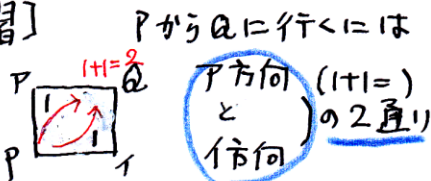
①全部で何通りの方法がありますか。

②×印のところは通らずに行く方法は何通りありますか。

(2) 大、中、小 3 個のサイコロを同時にふるとき、出た目の和が 9 の倍数になるのは全部で何通りありますか。



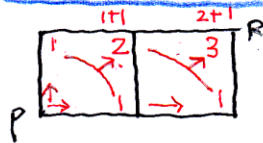
[復習]



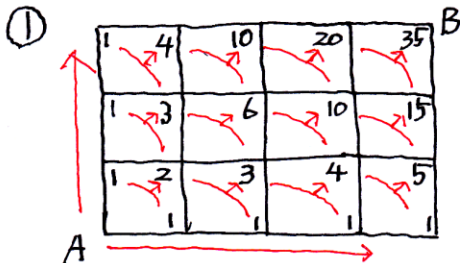
PからRまで行くには

Qまでの2通りと
Qを通る1通りで $2+1=3$ 通り

● 直前の交差点の数とたいていきます。

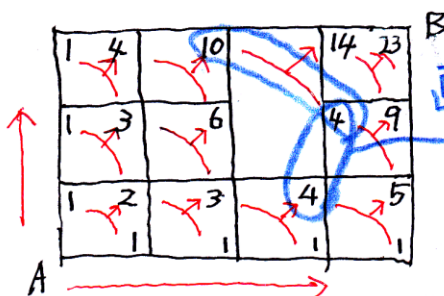


(1) 下の図のようになります。



35通り

② ×の道をとって考えます。
(予習シリーズの別解です。)



23通り

(2) 3個のサイコロの目の和の

最少は $1+1+1=3$ 最大は $6+6+6=18$

したがって、9の倍数になるのは、

9か18です。

(i) 目の和が9になる組み合わせは、

• $(1, 2, 6)$ • $(1, 6, 3)$ • $(1, 4, 4)$ • $(2, 2, 5)$

↓

大 中 小

1 2 6

1 6 2

2 1 6

2 6 1

6 1 2

6 2 1

6通り

↓

大 中 小

1 4 4

4 1 4

4 4 1

3通り

• $(2, 3, 4)$ • $(3, 3, 3)$

↓

6通り

↓

1通り

(ii) 目の和が18になるのは $(6, 6, 6)$ のみ

1通り

したがって、全部で

$6+6+3+3+6+1+1=26$ 通り

26通り

必修例題 2 場合の数②

- (1) 男子 2 人、女子 3 人でリレーの順番を決めます。
- ① 全部で何通りの順番がありますか。
- ② 男子と女子が交互になる順番は何通りありますか。
- (2) ①, ①, ②, ③ の 4 枚のカードから 3 枚を並べて 3 けたの整数を作ります。
- ① 全部で何通りの整数ができますか。
- ② 偶数は何通りできますか。
- (3) {赤, 青, 黄} の 3 色すべてを使って、右の図の 4 つの部分を選び分ける方法は全部で何通りありますか。ただし、となりあう部分は同じ色でぬってはいけません。



(1) ①

1番 2番 3番 4番 5番
↓ ↓ ↓ ↓ ↓
5通り 4通り 3通り 2通り 1通り

1番で選んだ人以外の4人
5人の候補

↓

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \text{ (通り)}$$

120通り

(1) ② 女子の方が人数が多いので
女子 男子 女子 男子 女子 の順番になります。

この3人の並べ方は $3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ (通り)}$

男子2人の並べ方は $2 \times 1 = 2 \text{ (通り)}$

↓

したがって、 $6 \times 2 = 12 \text{ (通り)}$

12通り

(2) ① 3けた

百の位に 0 はこないのび 百の位は 3通り

百 十 一 十の位は百の位で使った
3 × 3 × 2 カード以外の3通り。
通り 通り 通り 一の位は残りの2通り

↓

$$3 \times 3 \times 2 = 18 \text{ (通り)}$$

18通り

(2) ② 偶数は一の位が 0 か 2 になるときです。

・ □□0 のとき
1, 2, 3 の 3通り 残りの2通り
 $3 \times 2 = 6 \text{ (通り)}$

・ □□2 のとき
0と2以外の 2通り 残りの2通り
 $2 \times 2 = 4 \text{ (通り)}$

「Aのとき または Bのとき」⇒ 和の法則

$6 + 4 = 10 \text{ (通り)}$

10通り

(3) 同じ色であっていいのは (ア・ウ) と (エ・イ) です。

わり分ける
↓
隣どうしが
違う色



アとウは同じ色... 3通り
△と×は残りの2色だから
 $2 \times 1 = 2 \text{ (通り)}$
↓
 $3 \times 2 = 6 \text{ (通り)}$



このときも左と同様に
6通りあるのび

全部で
 $6 + 6 = 12 \text{ (通り)}$ です。

12通り

必修例題 3 いもづる算

50 円切手と 80 円切手がたくさんあります。これらを組み合わせていろいろな金額を作れることを考えます。たとえば、50 円切手 3 枚と 80 円切手 1 枚で 230 円を作ることができます。金額は 10 円単位を考えるものとします。ただし、使わない切手があってもよいものとします。

- (1) 作ることができない金額の中で、もっとも高い金額は何円ですか。
- (2) 1500 円の作り方は、全部で何通りありますか。

(1) 予習シリーズの別解です。

- 10～80 を周期として右の図の
ように数字を並べます。
- 右はしの 80 の下は 80 の倍数で、
80 円だけを使ってできる金額です。
(から) ↓
80 下を全て消します。
- 50 の倍数 (50, 100, 150 …) を □ で
囲みます。□ より下の数は
「□ + 80 の倍数」でつくられる数
(から) ↓
□ 下を全て消します。

10	20	30	40	50	60	70	80
90	100	110	120	130	140	150	160
170	180	190	200	210	220	230	240
250	260	270	280	290	300	310	320
330	340	350	360	370	380	390	400
410	420	430	440	450	460	470	480
490	...	...	...	...	...	...	...

青丸が作ることができない金額です。
この中で、もっとも高い金額は 270 円 です。

270 円

(2)

50 円切手を x 枚, 80 円切手を y 枚として式をつくらます。

$$50x + 80y = 1500$$

$$5x + 8y = 150$$

$$5x = 150 - 8y$$

$$150 \div 8 = 18 \dots 6$$

y は 0 から 18 までの数です。

→ この式の $y=0$ を代入すると、

$$8 \times y = 0 \text{ より}$$

$$5x = 150$$

$$x = 30 \text{ となり}$$

$(x, y) = (30, 0)$ が 1 組
決まります。

$$\text{ここで } 5 \times 8 = 8 \times 5 \text{ より}$$

x が 8 減って、 y が 5 増えても

合計は変わりませんから
下の表のようになります。

		-8	-8	-8	
x	30	22	14	6	
y	0	5	10	15	
		+5	+5	+5	

したがって、4 通りです。

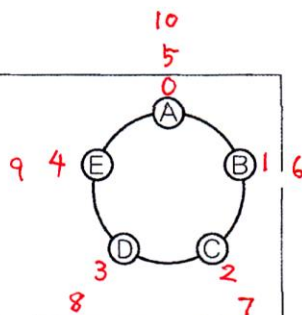
4 通り

必修例題 4 ルール

Aにコマをおき、サイコロを投げて出た目が偶数ならば時計回りに、奇数ならば反時計回りに、それぞれ出た目の数だけコマを進めます。たとえば、はじめに2の目が出たらCに進み、次に3の目が出たらEに進みます。

(1) サイコロを2回投げてコマがAにくるような、サイコロの目の出方は全部で何通りありますか。

(2) サイコロを3回投げてコマがAにくるような、サイコロの目の出方は全部で何通りありますか。



(1)

Aを0, Bを1, Cを2 ... とし、出た目を時計回りに進んだとして考えます。

例えば「目が1のときEですが、これを時計回りに進んだとすると4になります。これを表にすると下のようになります。

目	1	2	3	4	5	6
数	4	2	2	4	0	1

2回の「数の和」が 0 か 5 になる場合を考えます。

(i) 0になる場合... $0 = 0 + 0 \rightarrow (5, 5)$ の1通り

(ii) 5になる場合... $5 = 1 + 4 \rightarrow (6, 1)$ と $(6, 4)$

$(1, 6)$, $(4, 6)$ もあるので4通り

したがって、
 $1 + 4 = 5$ (通り)

5通り

したがって、全部で

$$1 + 12 + 12 + 12 + 12 = 49 \text{ (通り)}$$

49通り

(2)

左の表で、3回の「数の和」が 0 か 5 か 10 になる場合を考えます。

(i) 0になる場合... $0 = 0 + 0 + 0$

$(5, 5, 5)$ の1通り

(ii) 5になる場合... $5 = 0 + 1 + 4$ $5 = 1 + 2 + 2$

$(5, 6, 1)$ と $(5, 6, 4)$ のときです。
順番を考えれば、これは6通り
なので、
 $1, 5, 6$
 $1, 6, 5$
 $5, 1, 6$
 $5, 6, 1$
 $6, 1, 5$
 $6, 5, 1$ の6通り
計12通り
 $(6, 2, 2)$ $(6, 2, 3)$ $(6, 3, 3)$ のときです。
 $(6, 2, 2)$ と $(6, 3, 3)$ はそれぞれ3通り
また、
 $(6, 2, 3)$ は6通りです。
したがって、 $3 \times 2 + 6 = 12$ (通り)

(iii) 10になる場合... $10 = 2 + 4 + 4$

$(2, 1, 1)$... ア $(2, 1, 4)$... イ $(2, 4, 4)$... ウ
 $(3, 1, 1)$... エ $(3, 1, 4)$... オ $(3, 4, 4)$... カ

例えば $(2, 1, 1)$ は
 $2, 1, 1$
 $1, 2, 1$
 $1, 1, 2$ の3通り
ア, ウ, エ, カはそれぞれ3通りなので
 $3 \times 4 = 12$ (通り)

また、 $(2, 1, 4)$ と $(3, 1, 4)$ はそれぞれ6通りなので

$3 \times 2 = 6$ (通り)
 $6 \times 2 = 12$ (通り)

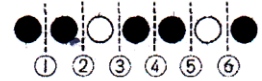
ステップアップ

道順の利用

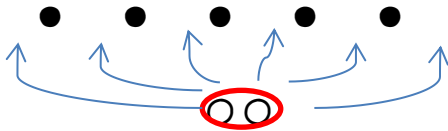
(3)は予習シリーズの別解です。

白石が 2 個と黒石が 5 個あります。この 7 個の石を横 1 列に並べるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 白石 2 個がとなりあっている並べ方は、全部で何通りありますか。
- (2) 全部で何通りの並べ方がありますか。
- (3) 右の図のように、①から⑥のどの線で区切っても、区切られた左側の石が必ず黒石が白石より多くなるような並べ方は何通りありますか。



(1) まず、黒石 5 個を並べ、縄でしばった白石 2 個を図のように黒石の両端や間に並べます。



両端が 2 か所、間が 4 か所で、2 個の白には順番がないので、そのまま、

$$2+4=6 \text{ 通り}$$

6 通り

(2) 全部並べたときの個数は 7 個ですから 7 個入る箱をかきます。

(例)



ここから、2 個の白石の場所を決めれば黒石の場所は自動的に決まります。

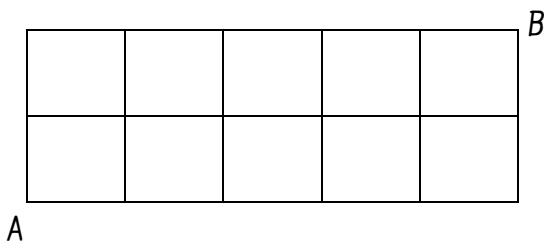
↓

7 から 2 選ぶ方法

$$\frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21 \text{ 通り}$$

21 通り

(2) 別解 ※道順の応用



白を上方向、黒を右方向へ進むとします。

1 ますの長さを 1cm とすると、

A から B までの最短距離はどこを通っても合計 7cmです。

上方向が 2cm になる通り数を決めればよい。

「7 つの異なるものの中から 2 つを選ぶだす」ことと同じことです。

↓

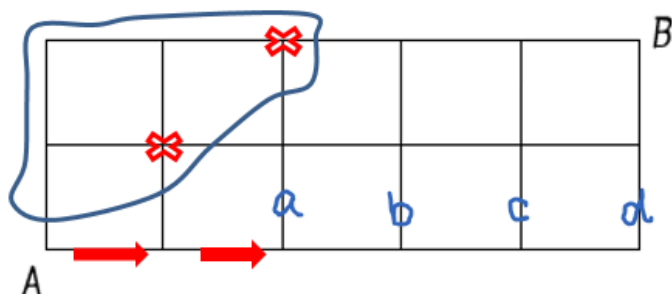
$$\frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21 \text{ 通り}$$

21 通り

(3) 予習シリーズの解法(道順の応用)

黒の右方向が先に 2cm になるように工夫をします。

図の X 印を通らない ようにすれば、スタートから黒石の右方向の 2 つが決まります。



上方向の上り口は a, b, c, d の 4 つで

a からは 3 通り

b からも 3 通り

c からは 2 通り

d からは 1 通り

$$3 + 3 + 2 + 1 = 9 \text{ 通り}$$

9 通り

予習シリーズの別解

(3) 白石が 2 個なので同数の黒石を左に並べてしまいます。



残りの 5 個のうち 白 2 個の場所を決めれば自動的に黒が決まります。

	A	B	C	D	E
AB	●●	○○	●●	●●	●●
AC	●●	○●	○●	●●	●●
AD	●●	○●	●●	○●	●●
AE	●●	○●	●●	●●	○●
BC	●●	●○	○●	●●	●●
BD	●●	●○	●○	○●	●●
BE	●●	●○	●●	●○	○●
CD	●●	●●	○●	○●	●●
CE	●●	●●	○●	○●	○●
DE	●●	●●	●●	○●	○●

白石が AB にあるとき 赤線の場所で切ったとき黒白が同数 になってしまいます。

したがって、必ず黒石が白石より多くなるのはこの 9 通り です。

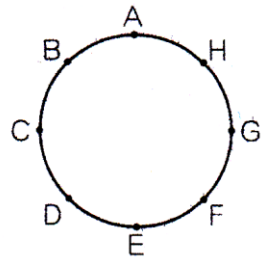
9 通り

ステップアップ

図形と場合の数

右の図のように円周を8等分する点A～Hがあります。このうち3つの頂点を結んで三角形を作ります。

- (1) 三角形は全部で何個できますか。
- (2) 直角三角形は何個できますか。
- (3) 合同な三角形を1種類とすると、何種類の三角形ができますか。



(1) 8個の点から3個選んでいます。

ここで、例えば A, B, C を選んだとすると

A, B, C
A, C, B
B, C, A
B, A, C
C, A, B
C, B, A

この6つは
同じ三角形
になるので、
6でわります。

8 × 7 × 6
↓ ↓ ↓
通 通 通

とにかく、選んで並べる。

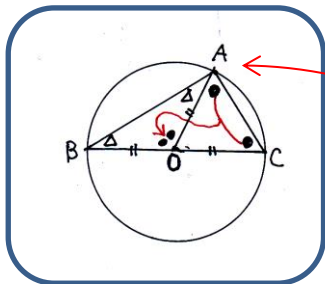
そして、6でわる。

$$\frac{8 \times 7 \times 6}{6} = 56$$

↓
56個

2個選んだときは2でわり
3個選んだときは6でわります。

56個



左の図で、O は円の中心で BC は直径です。

OC=OA=OB=半径なので2つの三角形は二等辺三角形です。

三角形の内角の和は180度より、

$$\bullet + \bullet + \Delta + \Delta = 180 \text{ 度} \rightarrow \bullet + \Delta = 90 \text{ 度}$$

よって、角Aは直角

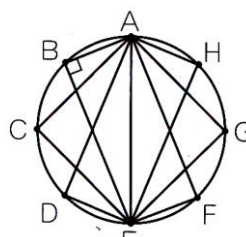
(2) 上の説明より、直径を1辺とする三角形はすべて直角三角形になります。

直径を1辺とする三角形は下の図のように6通りで、直径は、AE, BF, CG, DH の4通りあるので、

直角三角形の個数は

$$6 \times 4 = 24 \text{ 個}$$

24 個

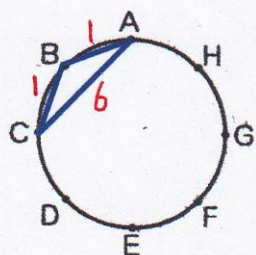


(3) 合同な三角形を / 種類とすると、何種類の三角形ができますか。

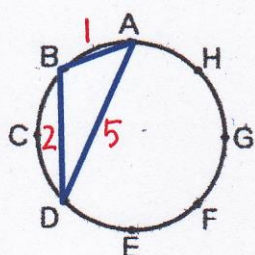
★3辺の辺の長さで三角形の種類を区別します。

頂点 A を基準にして考えると下の 5 種類になります。

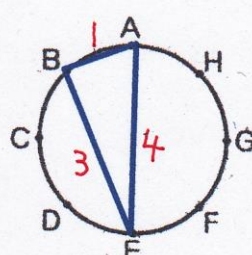
(☆印の 3 個は二等辺三角形になります。)



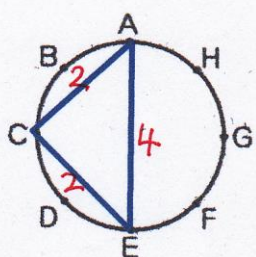
☆ (1, 1, 6)



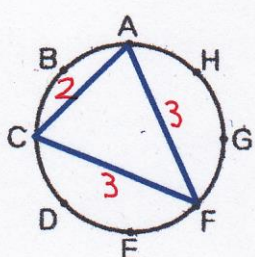
(1, 2, 5)



(1, 3, 4)



☆ (2, 2, 4)



☆ (2, 3, 3)

5 種類