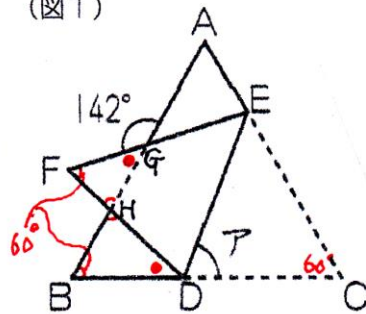


必修例題 1 図形の折り返し

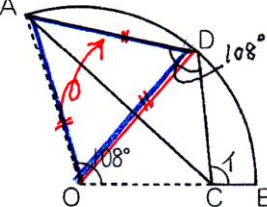
(1) 正三角形 ABC を、D と E を結んだ直線で、(図 1) のように折り返しました。アの角度は何度になりますか。

(2) おうぎ形 OAB を、(図 2) のように AC で折り返しました。イの角度は何度になりますか。

(図 1)

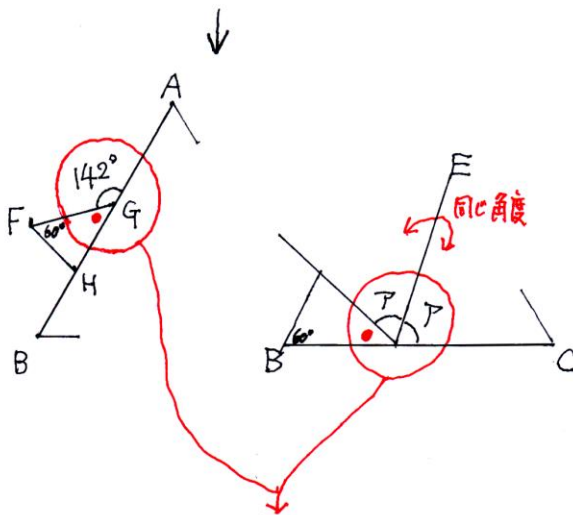


(図 2)



(1)

折り返しだから
 $\angle F = \angle C = \angle B = 60^\circ$
 $\angle FHG = \angle BHD$ (対頂角) 相似形になる。
 したがって、
 $\angle FGH = \angle BDH$ (FP)

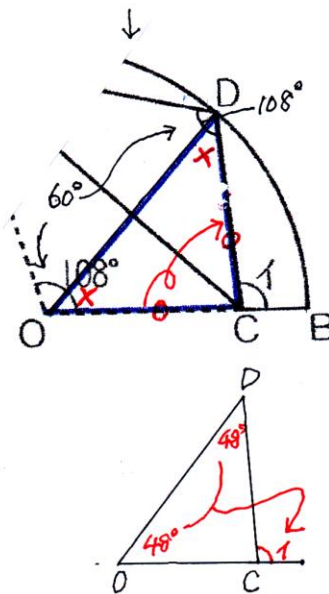


$$\begin{aligned} \text{ア} \times 2 &= 142^\circ \\ \text{ア} &= 142 \div 2 \\ &= 71 (\text{度}) \end{aligned}$$

71 度

(2) O と D を結ぶと

↓
 三角形 AOD は 正三角形
 (3 辺の長さが等しい)
 $AO = AD$... 折り返し
 $OA = OD$... おうぎ形の半径



左の図で
 三角形 COD は
 二等辺三角形
 $X = 108 - 60$
 $= 48 (\text{度})$

↓
 外角の定理より
 $\text{イ} = 48 + 48$
 $= 96 (\text{度})$

96 度

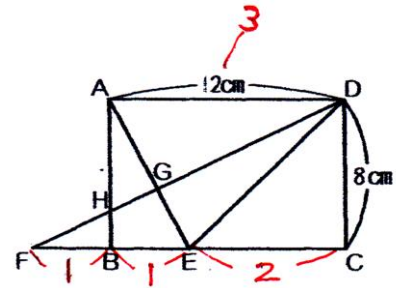
2 相似な図形①

右の図の四角形 ABCD は長方形で、

$$FB : BE : EC = 1 : 1 : 2$$

です。

- (1) $FH : HG : GD$ を求めなさい。
- (2) 三角形 GDE の面積は何 cm^2 ですか。
- (3) 四角形 GHBE の面積は何 cm^2 ですか。



(1) (図1), (図2)の斜線部分の
三角形に着目します。

図1より, $FB : AD = 1 : 3$

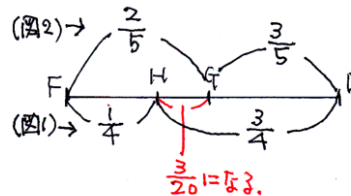
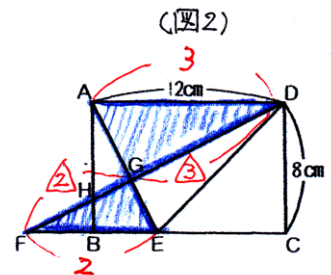
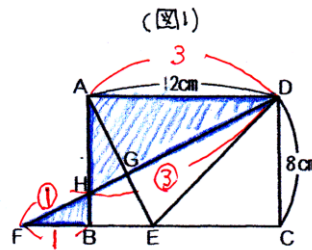
↓

$$FH : HD = 1 : 3$$

図2より, $FE : AD = 2 : 3$

↓

$$FG : GD = 2 : 3$$



FD の長さを 1 とすると、

$$FH = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4} \quad HD = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

同様に, $FG = \frac{2}{5} \quad GD = \frac{3}{5}$

↓

$$FH : HG : GD = \frac{1}{4} : \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{4}\right) : \frac{3}{5}$$

$$= 5 : 3 : 12$$

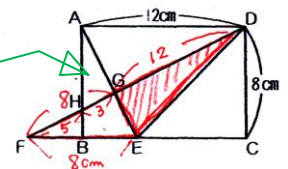
$$5 : 3 : 12$$

(2) 図2において, $3(AD)$ が 12cm なので

$$2(FE) \text{ は } 12 \times \frac{2}{3} = 8\text{cm}$$

↓

$$\text{三角形 DFE} = 8 \times 8 \div 2 = 32\text{ cm}^2$$



よって, 求める面積は,

$$32 \times \frac{12}{8+12} = 19.2\text{ cm}^2$$

$$19.2\text{ cm}^2$$

(3)

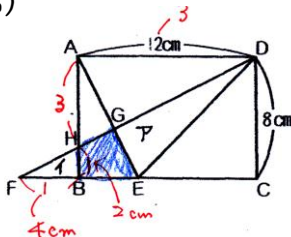


図1より, $BH : HA = 1 : 3$ なので、

$$BH = 8\text{cm} \times \frac{1}{1+3} = 2\text{ cm}$$

また, $FB=BE$ より $FB=(8 \div 2)=4\text{cm}$

よって, 1 の面積は $4 \times 2 \div 2 = 4\text{ cm}^2$

↓

求める面積は, $32 - (19.2 + 4) = 8.8\text{ cm}^2$

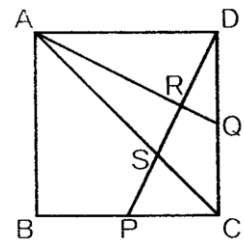
$$8.8\text{ cm}^2$$

相似な図形②

右の図の四角形 ABCD は正方形で、点 P、Q はそれぞれ辺 BC、CD のまん中の点です。また、DP が AQ と AC と交わる点をそれぞれ R、S とします。

(1) $DR : RS : SP$ を求めなさい。

(2) 四角形 CQRS の面積は正方形 ABCD の面積の何分のいくつですか。



補助線の引き方は他にもありますが、ここでは

$DR : RP$ を知りたいため DC に平行に TP を引きます。

(1) 図 1 で、T は AD の真ん中の点なので

$$TU = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow UP = 4 - 1 = 3$$

↓

図 2 で、色ぬり部分の 2 つの三角形は相似なので、 $DR : RP = 2 : 3$

次に、図 3 で、 $DS : SP = 2 : 1$

↓

$$DP \text{ の長さを } 1 \text{ とすると, } DR = \frac{2}{3+2} = \frac{2}{5}$$

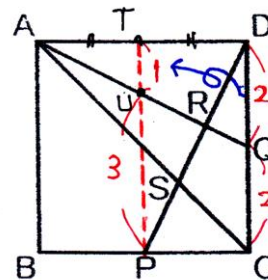
$$RP = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \quad \text{同様に, } DS = \frac{2}{3} \quad SP = \frac{1}{3}$$

↓

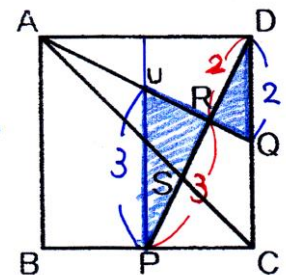
$$\underline{DR : RS : SP} = \frac{2}{5} : \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5} \right) : \frac{1}{3} = \underline{6 : 4 : 5}$$

$$6 : 4 : 5$$

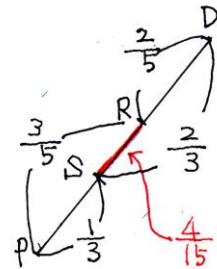
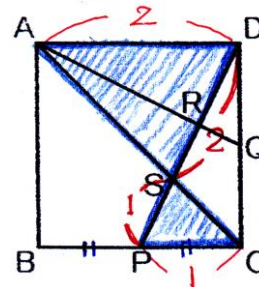
(図 1)



(図 2)



(図 3)



(2) 右の図のように ア と イ に分けます。

三角形 DPC は 正方形 ABCD の $\frac{1}{4}$ だから、

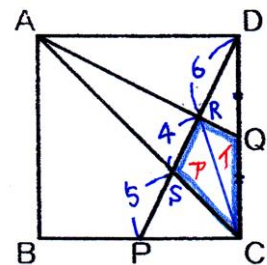
$$\text{アの面積は } \frac{1}{4} \times \frac{4}{6+4+5} = \frac{1}{15}$$

$$\text{イの面積は } \frac{1}{4} \times \frac{6}{6+4+5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{20}$$

よって、求める割合は

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{20} = \frac{7}{60}$$

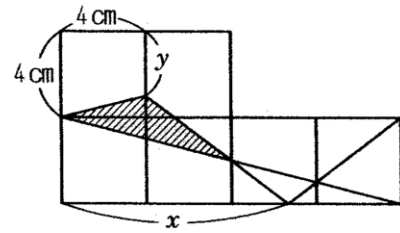
$$\frac{7}{60}$$



4 相似な図形③

右の図のように、1 辺が 4cm の正方形を 6 つ並べて、
4 本の直線を引きました。

- (1) 図の x の長さは何 cm ですか。
- (2) 図の y の長さは何 cm ですか。
- (3) 斜線の三角形の面積は何 cm^2 ですか。



(図 1)

(図 2)

図 1 において、

下の段の 4 つの正方形を直線 AB で
区切ると、できる三角形はすべて
相似形でその相似比は小さい方
から $1 : 2 : 3 : 4$ になります。

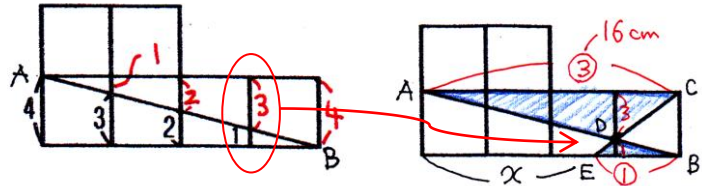
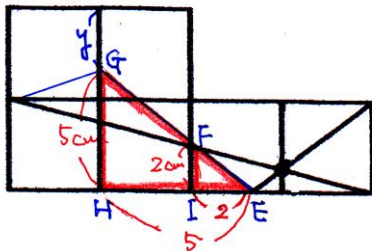


図 2 の 色ぬり部分の三角形に着目すると、 $EB : AC = 1 : 3$ で、③が 16cm にあたるので

① は $5\frac{1}{3}\text{ cm}$ よって、 $x = 4 \times 4 - 5\frac{1}{3} = 10\frac{2}{3}\text{ cm}$

$10\frac{2}{3}\text{ cm}$

(2)



上の図で、 $EI = 10\frac{2}{3} - 4 \times 2 = 2\frac{2}{3}$

$EH = 2\frac{2}{3} + 4 = 6\frac{2}{3}$

↓

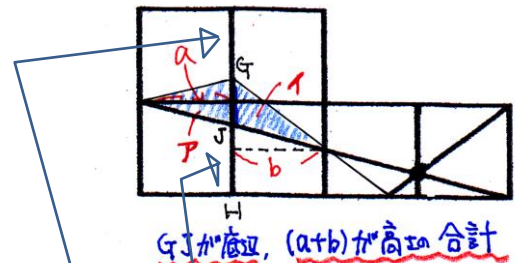
$EI : EH = 2\frac{2}{3} : 6\frac{2}{3} = 2 : 5$

$FI = 2\text{ cm}$ だから $GH = 5\text{ cm}$

よって、 $y = 4 \times 2 - 5 = 3\text{ cm}$

3 cm

(3)



斜線部分を ア と イ の 2 つの三角形 に分
けます。

アの高さは a イの高さは b

GJ は共通の底辺です。

$GJ = 4 \times 2 - (3 + 3) = 2\text{ cm}$

よって、求める面積は

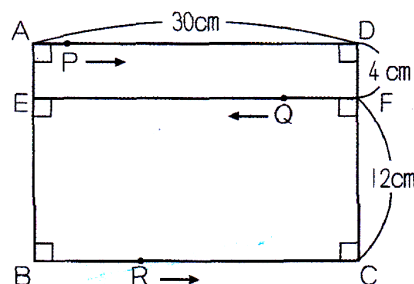
$2 \times (4 + 4) \div 2 = 8\text{ cm}^2$

8 cm^2

必修例題 5 点の移動

右の図で、点PはAD上をAからDまで、点QはEF上をFからEまで、点RはBC上をBからCまでそれぞれ毎秒1cm、2cm、3cmの速さで同時に動き出します。

- (1) 5秒後にPBとEFの交った点をSとすると、SQの長さは何cmですか。
- (2) 3点P、Q、Rが一直線上に並ぶのは、動き始めてから何秒後ですか。



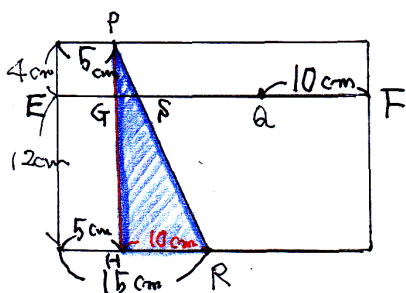
- (1) 5秒間でP, Q, Rが進む長さは

$$P \dots 1 \times 5 = 5 \text{ (cm)}$$

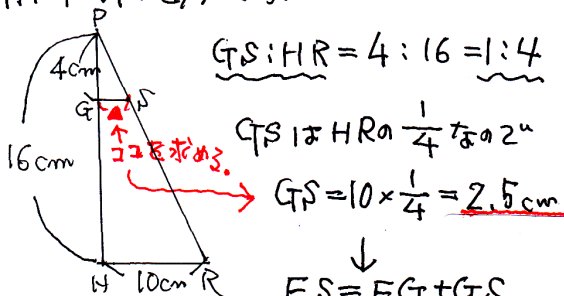
$$Q \dots 2 \times 5 = 10 \text{ (cm)}$$

$$R \dots 3 \times 5 = 15 \text{ (cm)}$$

下の図のようにPからBRに垂線PHを引きます。



青い部分の割合を考えます。



$$GS:HR = 4:16 = 1:4$$

$$GS \text{ は } HR \text{ の } \frac{1}{4} \text{ なのよ}$$

$$GS = 10 \times \frac{1}{4} = 2.5 \text{ cm}$$

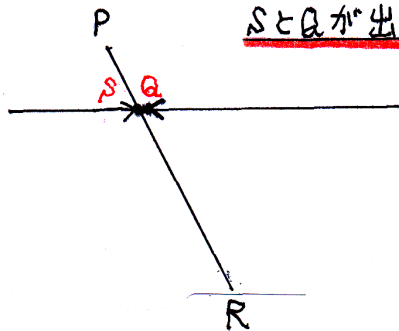
$$\begin{aligned} ES &= EG + GS \\ &= 5 + 2.5 \\ &= 7.5 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SQ &= 30 - 10 - 7.5 \\ &= 12.5 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

- (2)

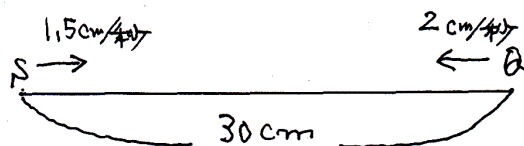
P, Q, Rが一直線に並ぶということは、

SとQが出会うという=と。



Sは5秒間に7.5cm進んでいるので、

Sの速さは毎秒(7.5÷5=)1.5cm



SとQが出会うのは

$$30 \div (1.5 + 2) = 8 \frac{4}{7} \text{ (秒後)}$$

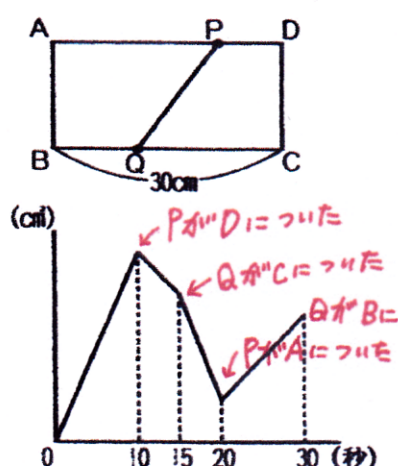
8 $\frac{4}{7}$ 秒後

12.5 cm

必修例題 6 点の移動②

右の図のような長方形 ABCD があります。点 P は辺 AD 上を、点 Q は辺 BC 上を何度も往復します。点 P が頂点 A から、点 Q が頂点 B から同時に出発したところ、2 点が動き始めてからの時間と四角形 ABQP の面積の関係は、グラフのようになりました。点 P が点 Q より速く動くものとして、次の問いに答えなさい。

- 2 点 P, Q の速さは、それぞれ毎秒何 cm ですか。
- 四角形 ABQP の面積がはじめて長方形 ABCD の面積の $\frac{2}{3}$ になるのは、出発してから何秒後ですか。また、2 回目は何秒後ですか。



(1) グラフより P が D (30cm) に着くのに 10 秒 かかっているので、

P の速さは $30 \div 10 = 3 \text{ cm/秒}$

P... 毎秒 3cm

Q が D (30cm) に着くのに 15 秒 かかっているので、

Q の速さは $30 \div 15 = 2 \text{ cm/秒}$

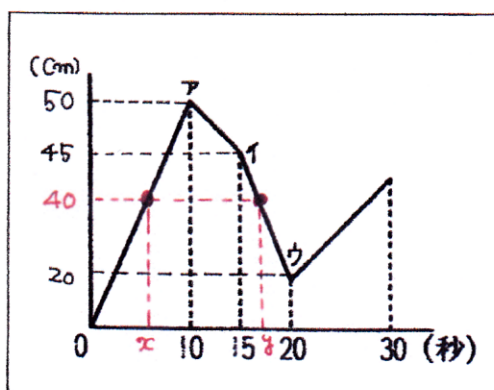
Q... 毎秒 2cm

(2) 予習シリーズの別解です。

できる四角形の高さは一定ですから AP と BQ の和を考えます。

四角形 ABQP の面積が長方形の面積の $\frac{2}{3}$ になるのは、

$AP + BQ = (30 \times 2 \times \frac{2}{3}) = 40 \text{ cm}$ になるときです。



10 秒後の位置

$P \cdots 3 \times 10 = 30 \text{ cm}$

$Q \cdots 2 \times 10 = 20 \text{ cm}$

$30 + 20 = 50 \text{ cm} \cdots \text{ア}$

20 秒後の位置

$P \cdots 3 \times 20 = 60 \text{ cm} (AP = 0 \text{ cm})$

$Q \cdots 2 \times 20 = 40 \text{ cm} (BQ = 20 \text{ cm})$

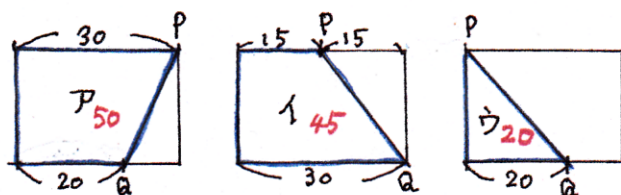
$0 + 20 = 20 \text{ cm} \cdots \text{ウ}$

15 秒後の位置

$P \cdots 3 \times 15 = 45 \text{ cm} (AP = 15 \text{ cm})$

$Q \cdots 2 \times 15 = 30 \text{ cm}$

$15 + 30 = 45 \text{ cm} \cdots \text{イ}$



(2) 解説続き

$AP+BQ$ が 40 cm になるのは グラフの赤線部分
(x 秒後と y 秒後) です。

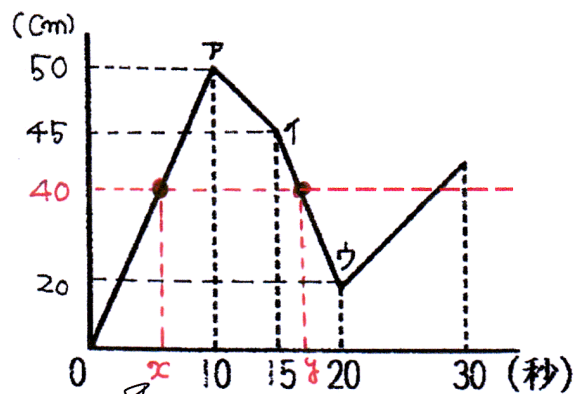
アまでは 10 秒で 50 cm 増えるので、

1 秒で 5 cm 増える

↓

40 cm になるのは、

$$40 \div 5 = \underline{8 \text{ 秒後} \cdots 1 \text{ 回目}}$$



イとウの間では、 $(20-15=)$ 5 秒間に $(45-20=)$ 25 cm 減っています。

1 秒で $(25 \div 5=)$ 5 cm 減る

イから $(45-40=)$ 5 cm 減るのにかかる時間は 1 秒

したがって、

$$15 + 1 = \underline{16 \text{ 秒後} \cdots 2 \text{ 回目}}$$

1 回目 8 秒後

2 回目 16 秒後