

例題1 数値替え問題

2けた(10~99)の整数について、次の問に答えなさい。

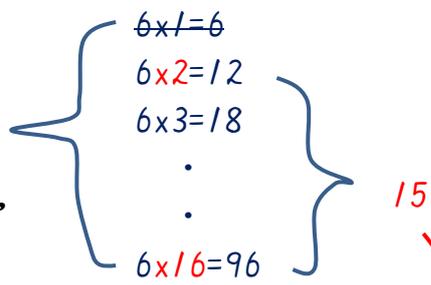
- (1) 6の倍数は何個ありますか。
- (2) 64の約数をすべて答えなさい。

(1) 6を1倍, 2倍, 3倍...とした数が6の倍数ですから、6のかたまりが何個あるか調べます。

1~99までの6の倍数の個数は、

$$99 \div 6 = 16 \text{ あまり } 3 \text{ より } \underline{16 \text{ 個}}$$

1~9までに6の倍数は1個あるので、



全部で、 $16 - 1 = 15 \text{ 個}$

15 個

(2) 例えば、6を考えてみると、かけて6になる数は 1×6 2×3 です。

この 1, 6, 2, 3 を6の約数といいます。

すなわち、6の約数とは 「6を割ったときあまりがでない数」
(6を割り切ってしまう数)です。

かけて64になる数は

$$1 \times 64 \quad 2 \times 32 \quad 4 \times 16 \quad 8 \times \cancel{8} \text{ の } 7 \text{ 個です。}$$

ただし、「2けた(10~99)の整数について」ですから

16, 32, 64 の3個です。

16, 32, 64

例題2 数値替え問題

168をわっても216をわってもわり切れる整数をすべて求めなさい。

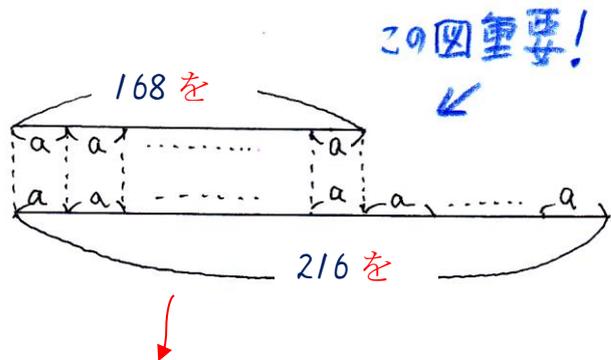
多くの場合「ある数で」という言葉が省かれています。

この言葉を上のように問題文に書き入れてから考えましょう！

右の図の a は 168と216の公約数であることがわかります。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 168} \quad 216 \\ 2 \overline{) 84} \quad 108 \\ 2 \overline{) 42} \quad 54 \\ 3 \overline{) 21} \quad 27 \\ \quad 7 \quad 9 \end{array}$$

最大公約数は
 $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$



「公約数は最大公約数の約数」

↓

24の約数は

$1 \times 24 \quad 2 \times 12 \quad 3 \times 8 \quad 4 \times 6$ より,

↓

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

(筆算のかたちにする)

$$\begin{array}{r} \text{わり切れる} \quad \text{わり切れる} \\ a \overline{) 168} \quad a \overline{) 216} \end{array}$$

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

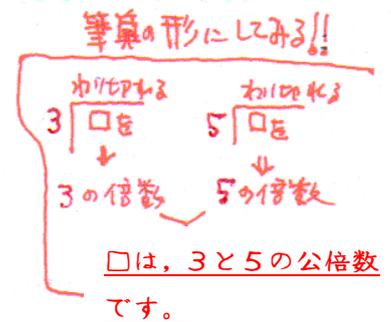
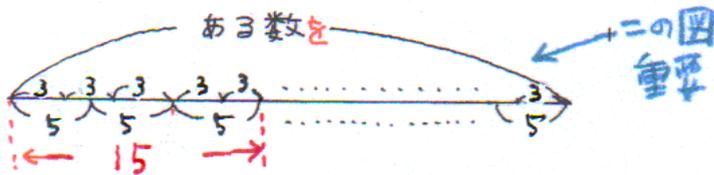
例題3 数値替え問題

3でもって、5でもって割り切れる整数について、次の問に答えなさい。

- (1) 小さい方からかぞえて6番目の数はいくつですか。
- (2) 500に最も近い数はいくつですか。

(1)

「ある数を」という言葉が省かれています。



ある数は3と5の公倍数であることが分かります。

3と5の最小公倍数は15なので、小さいほうから6番目の数は、

$$15 \times 1 \quad 15 \times 2 \quad 15 \times 3 \quad 15 \times 4 \quad 15 \times 5 \quad 15 \times 6 \rightarrow \underline{15 \times 6 = 90}$$

90

(2)

$15 \times \square$ で500に近い数を探します。

$$500 \div 15 = 33 \text{ あまり } 5 \text{ より,}$$

$$\begin{array}{l} 15 \times 33 = 495 \\ 15 \times 34 = 510 \end{array} > \text{ 2通りだして比べる! }$$

510より495の方が500に近いので答えは495になる。

495

公倍数は最小公倍数の倍数

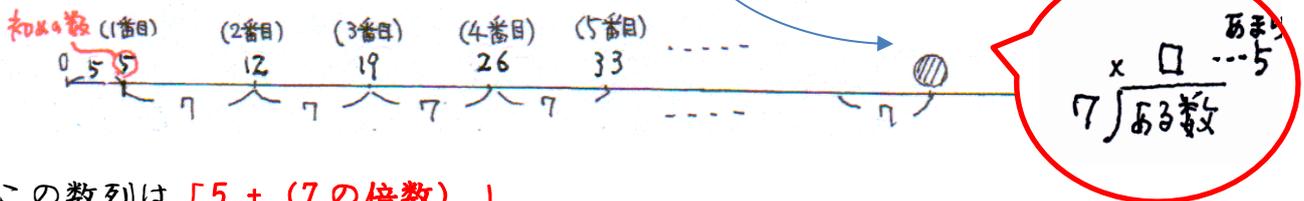
例題4

次のように、あるきまりにしたがって整数が小さい順にならんでいます。

5, 12, 19, 26, 33, ...

これについて、次の問いに答えなさい。

- (1) 小さい方から数えて13番目の数を求めなさい。
 (2) 200に最も近い数を求めなさい。



この数列は「 $5 + (7 \text{の倍数})$ 」

$5 + 7 \times \square$ として \square に 0, 1, 2, 3 ... と代入すると数列ができます。

(1) \square に 0 を代入したとき $(5 + 7 \times 0) = 5$ なので 1 番目の数。

13 番目の数は \square に $(13 - 1) = 12$ を代入した数になるので、

$$5 + 7 \times 12 = 89$$

89

(2) $5 + 7 \times (\text{間の個数})$

↓

$5 + 7 \times (\text{番目} - 1)$

間の個数を Δ として、

$5 + 7 \times \Delta = 200$ と考えると、

$7 \times \Delta = 200 - 5$

$\Delta = 195 \div 7$
 $= 27 \text{ あまり } 11$

↓

Δ を 27 か 28 として調べる。

$5 + 7 \times 27 = 194$

$5 + 7 \times 28 = 201$

↓

194 より 201 の方が 200 に近い

↓

よって、求める数は 201

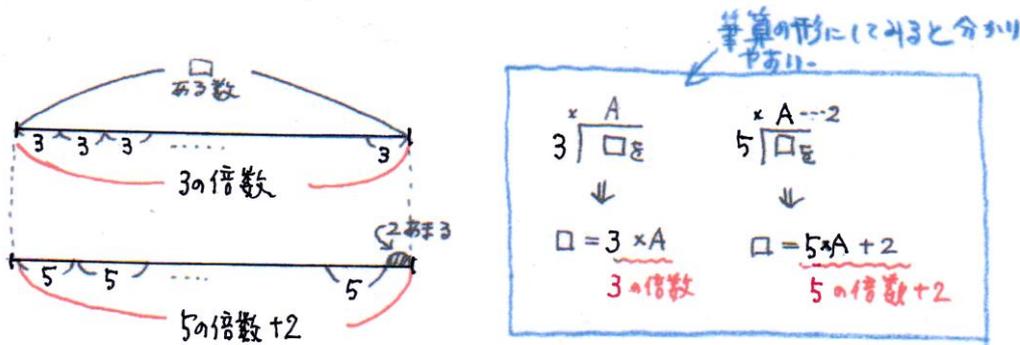
201

例題5

3でわるとわり切れ、5でわると2あまる数について、次の問に答えなさい。

- (1) 小さい方から4番目の数を求めなさい。
 (2) 3けたの数のうち、最も小さい数はいくつですか。

この問題も “ある数を” という言葉が省かれています。



(1)

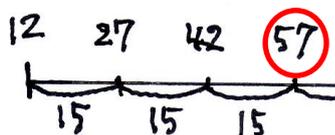
□は「3の倍数」であり、「5の倍数+2」

↓	↓
$3 \times A$	$5 \times A + 2$

としてAに0, 1, 2...と代入していく

$3 \times 0 = 0$	$5 \times 0 + 2 = 2$
$3 \times 1 = 3$	$5 \times 1 + 2 = 7$
$3 \times 2 = 6$	$5 \times 2 + 2 = 12$
$3 \times 3 = 9$	$5 \times 3 + 2 = 17$
$3 \times 4 = 12$...
$3 \times 5 = 15$	
...	

このような数の最小は12で、次に、3と5の最小公倍数の15飛びに現れます。



57

(2)

3けたの最小数は100なので

$$12 + 15 \times \blacktriangle = 100 \text{ とすると}$$

$$15 \times \blacktriangle = 88$$

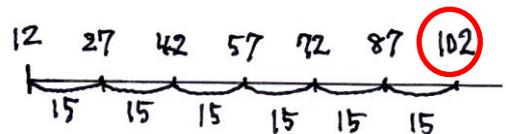
$$\blacktriangle = 5 \text{ あまり } 13 \text{ より}$$

$$\blacktriangle = 6 \text{ で計算する}$$

最も小さい3けたの数は、

$$12 + 15 \times 6 = 102$$

102



例題6

4でわると1あまり, 6でわると3あまる数について, 次の問いに答えなさい。

- (1) 最も小さい数はいくつですか。
 (2) 最も大きい2けたの数はいくつですか。

ある数を□とすると,

$$\begin{array}{r} \times A \dots 1 \\ 4 \overline{) \square \text{を}} \end{array} \quad \begin{array}{r} \times A \dots 3 \\ 6 \overline{) \square \text{を}} \end{array}$$

$$\square = 4 \times A + 1$$

$$\square = 6 \times A + 3$$

□に0, 1, 2, ...と数字を入れていきます。

$$4 \times 0 + 1 = 1$$

$$6 \times 0 + 3 = 3$$

$$4 \times 1 + 1 = 5$$

$$6 \times 1 + 3 = 9$$

$$4 \times 2 + 1 = 9$$

$$6 \times 2 + 3 = 15$$

$$4 \times 3 + 1 = 13$$

$$\dots$$

$$4 \times 4 + 1 = 17$$

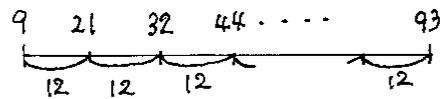
最も小さい数は9

$$4 \times 5 + 1 = 21$$

9

(2)

9の次は4と6の最小公倍数の12飛びに現れます。



つぎつぎに12をたして行って93を見つけることができます。また,

$$9 + 12 \times \blacktriangle = 99 \text{ とすると,}$$

$$12 \times \blacktriangle = 90 \quad \blacktriangle = 90 \div 12 = 7. \dots$$

$$\text{これより, } 9 + 12 \times 7 = 93$$

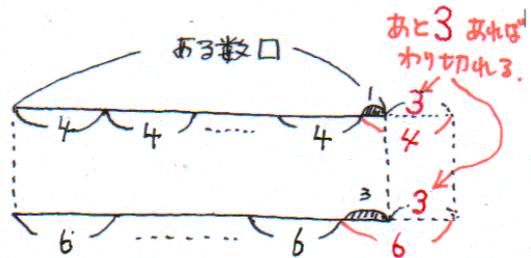
として求めることができます。

93

[解2]

(1) $4-1=3$ $6-3=3$ のように

「(わる数-あまり)が同じ」ときは
 右の図のように考えます。



どちらも, あと3あれば4で6でも
 割り切れます。

ある数は 「(4と6の公倍数)-3」

最小公倍数は12なので,
 求める数は, $12 - 3 = 9$

(2) $12 \times \blacktriangle - 3$ で2けたの最大数を
 調べます。

$$12 \times \blacktriangle - 3 = 99 \text{ とすると}$$

$$\blacktriangle \text{ は } (99+3) \div 12 = 8. \dots$$

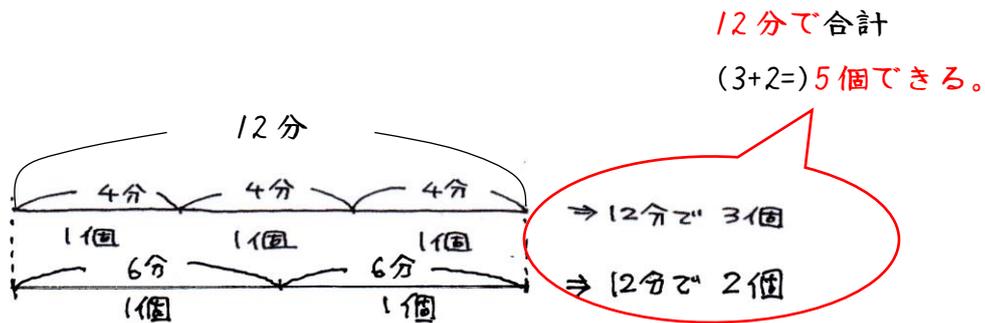
したがって, 求める数は

$$12 \times 8 - 3 = 93$$

5年上第1回 応用例題1 周期の問題への応用 (数値替え問題)

同じ製品を作る2台の機械A, Bがあります。Aは4分ごとに、Bは6分ごとに1個の製品を作ります。この2台の機械を同時に動かし始めるとき、433個目の製品ができるのは、動かし始めてから何時間何分後ですか。

4分ごとと6分ごとですから最小公倍数の12分ごとに
何個できるかを考えます。



↓

433個作るのに何分かかるか!

$$433 \div 5 = 86 \text{ あまり } 3$$

12分の周期が86回くり返され あと3個分の時間

図より、3個作るのに(4+4=)8分かかるので、全部で、

$$12 \times 86 + 8 = 1040 \text{ 分}$$

$$1040 \div 60 = 17 \text{ あまり } 20 \Rightarrow 17 \text{ 時間 } 20 \text{ 分}$$

17時間20分