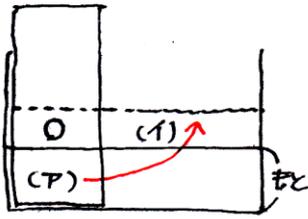


必修例題 1

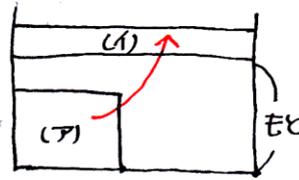
底面積が  $200\text{cm}^2$  で、高さが  $20\text{cm}$  の直方体の容器があります。この容器に、深さ  $14\text{cm}$  まで水を入れました。

- (1) この容器に 1 辺が  $10\text{cm}$  の立方体を沈めると、水の深さは何  $\text{cm}$  になりますか。
- (2) この容器にある物体を完全に沈めたところ、水が  $150\text{cm}^3$  こぼれました。この物体の体積を求めなさい。

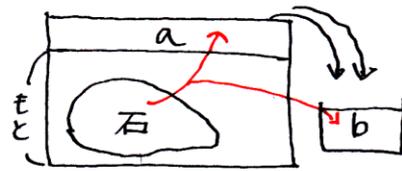
おもりは水の中に入っている体積分だけ水をおしのけますからその分、見かけ上水面が上がります。



$$\begin{aligned} (ア) &= (イ) \\ (ア) + (ア) &= (イ) + (ア) \end{aligned}$$



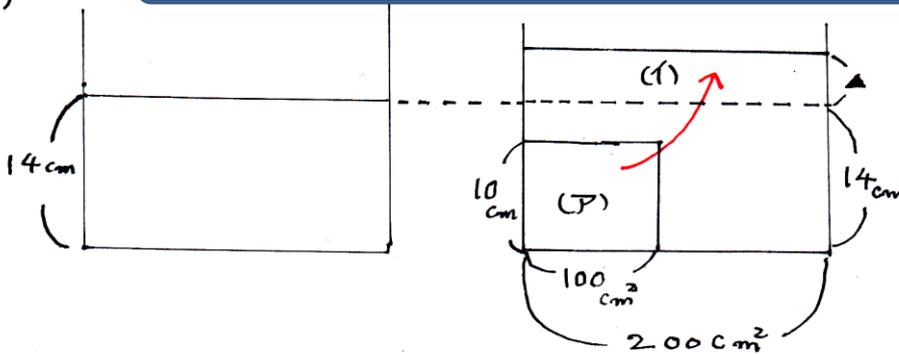
$$ア = イ$$



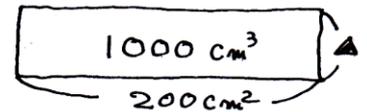
$$\text{石の体積} = a + b$$

立方体の高さは  $10\text{cm}$  ですから水の中に完全に沈みます。

(1)



(ア)の体積は  
 $10 \times 10 \times 10 = 1000 (\text{cm}^3)$   
 $(ア) = (イ)$  ですから

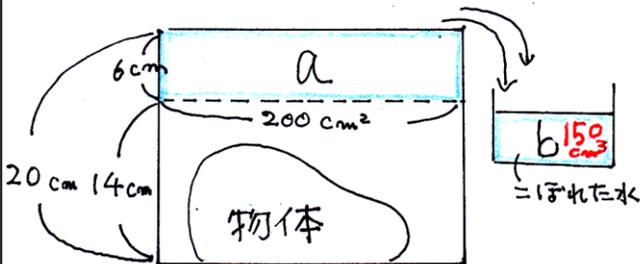


$$\Delta = 1000 \div 200 = 5 (\text{cm})$$

したがって水の深さは  
 $14 + 5 = 19 (\text{cm})$

19 cm

(2)



物体の体積 = a の体積 + b の体積

a の体積は図より

$$200 \times 6 = 1200 (\text{cm}^3)$$

したがって、物体の体積は

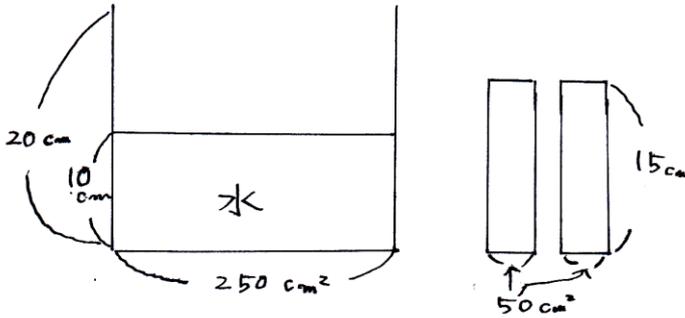
$$1200 + 150 = 1350 (\text{cm}^3)$$

1350  $\text{cm}^3$

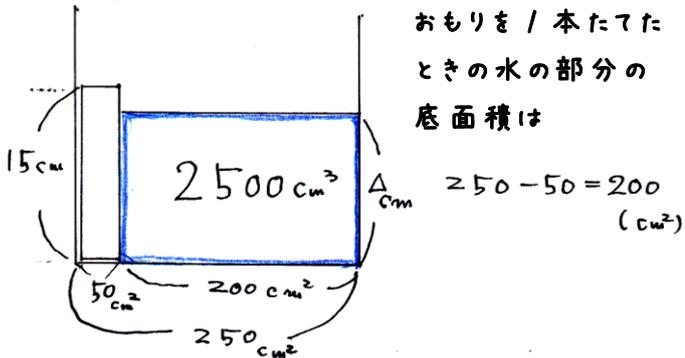
必修例題 2

底面積が  $250\text{cm}^2$  で、深さが  $20\text{cm}$  の円柱の容器と、底面積が  $50\text{cm}^2$  で、高さが  $15\text{cm}$  の直方体のおもりが 2 個あります。いま、容器に深さ  $10\text{cm}$  まで水を入れました。

- (1) 直方体のおもり 1 個を容器の底に立てると、水の深さは何  $\text{cm}$  になりますか。  
 (2) さらにもう 1 個のおもりも底に立てると、水の深さは何  $\text{cm}$  になりますか。



(1) 水の体積は  
 $250 \times 10 = 2500 (\text{cm}^3)$



おもりを 1 本たてたときの水の部分の底面積は  $250 - 50 = 200 (\text{cm}^2)$   
水の深さ ( $\Delta\text{cm}$ ) は おもりは沈まない!  
 $2500 \div 200 = 12.5 (\text{cm})$

(おもりの長さが  $15\text{cm}$  ですから、おもりより下の位置にあります。)

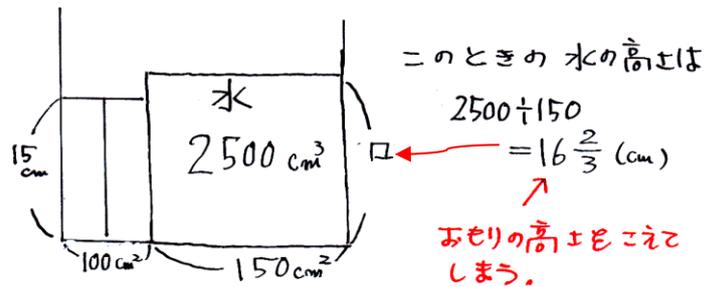
12.5 cm

(2) おもりを 2 本たてたときの おもりの底面積は

$$50 \times 2 = 100\text{cm}^2$$

水の部分の底面積は

$$250 - 100 = 150 (\text{cm}^2)$$



おもりは完全に沈みますから、

水の深さは

$(2\text{本のおもりの体積} + 2500\text{cm}^3) \div \text{底面積}$

$$(100 \times 15 + 2500) \div (100 + 150)$$

$$= 4000 \div 250$$

$$= 16\text{ cm}$$

16cm

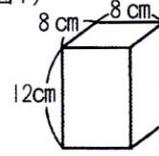
(注) 予習シリーズでは、増える分だけ計算をしてもとの高さに足しています。

必修例題 3

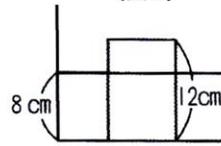
水の入った直方体の形をした水そうと、(図1)のような直方体のおもりがあります。このおもりを(図2)のように立てて水そうに入れると水の深さは8cmになり、(図3)のように倒して入れると水の深さは10cmになります。

- (1) 水そうの底面積は何 $\text{cm}^2$ ですか。
- (2) 水そうに入っている水の体積は何 $\text{cm}^3$ ですか。

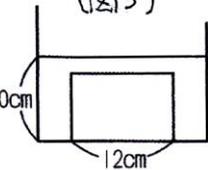
(図1)



(図2)



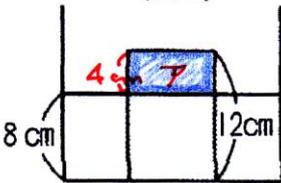
(図3)



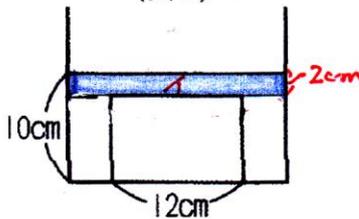
(1) 下の図で、

**アの面積 = イの体積** になります。

(図2)



(図3)



アの面積は

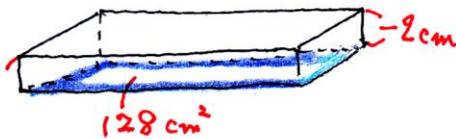


$$8 \times 8 \times 4 = 256 \text{ (cm}^3\text{)}$$

イの体積も  $256 \text{ cm}^3$  なので、

水そうの底面積は

$$256 \div 2 = 128 \text{ cm}^2$$



$$128 \text{ cm}^2$$

- (2) (図3)の見かけ上の水の体積からおもりの体積を引いたものが **水の体積** です。

見かけ上の水の体積は

$$128 \times 10 = 1280 \text{ (cm}^3\text{)}$$

おもりの体積は

$$8 \times 8 \times 12 = 768 \text{ (cm}^3\text{)}$$

水の体積は

$$1280 - 768 = 512 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$512 \text{ cm}^3$$

(1)の別解

アとイの底面積の比と高さの比は逆比の関係なので、

アの底面積 : イの底面積

$$\frac{1}{4} : \frac{1}{2} = 1 : 2$$

アの底面積は  $(8 \times 8) = 64 \text{ cm}^2$  より、

イ(水そう)の底面積は

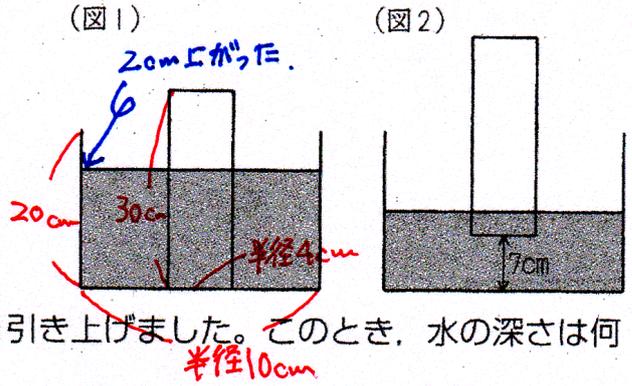
$$64 \times 2 = 128 \text{ cm}^2$$

応用例題1

底面の半径が10cmで、高さが20cmの円柱の形をした容器に入っています。この中に底面の半径が4cmで、高さが30cmの円柱の形をした棒を、(図1)のように底にまっすぐに立てたところ、水面は2cm上がりました。

(1) 水の深さは何cmになりましたか。

(2) 次に、(図2)のように棒をまっすぐに7cm引き上げました。このとき、水の深さは何cmになりましたか。

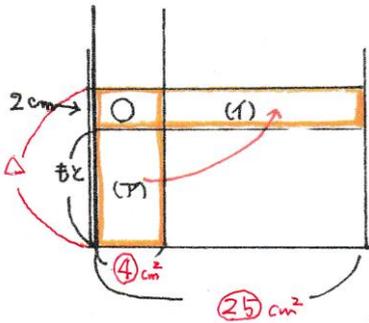


(1) 棒を容器の左はしにつけて書きます。

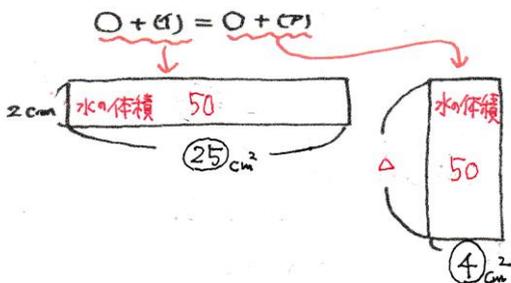
容器と棒の半径の比は(10:4)=5:2なので

容器の底面積と棒の底面積の比は

$$(5 \times 5) : (2 \times 2) = 25 : 4$$



(ア)の部分の水が(イ)に移ります。



上の図で、

○+イの体積は  $25 \times 2 = 50 \rightarrow (\text{○} + \text{ア})$  も同じ

したがって、水の深さ(Δ)は

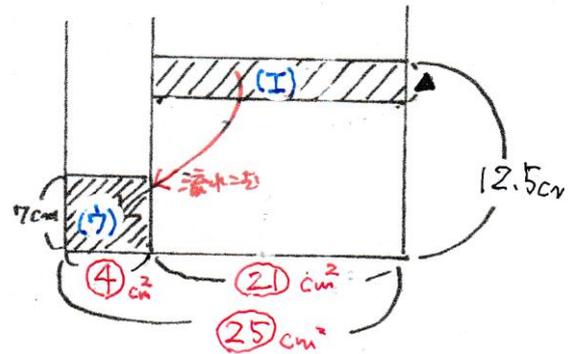
$$50 \div 4 = 12.5 \text{ cm}$$

12.5 cm

(2) (1)の続きを考えます。

棒を7cm引き上げるとそこに

すきまができ水が流れ込みますから水面が下がります。



すきまの体積(ウ)は

$$\text{④} \times 7 = 28 \rightarrow (\text{エ}) \text{ も同じ}$$

(エ)の部分の底面積は  $(25 - 4) = \text{②}$



減る高さ(▲)は  $28 \div 21 = 1 \frac{1}{3} \text{ cm}$

したがって、このときの水面の高さは、

$$12.5 - 1 \frac{1}{3} = 11 \frac{1}{6} \text{ cm}$$

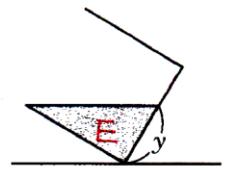
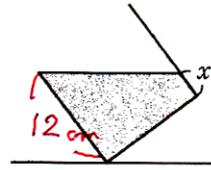
$11 \frac{1}{6} \text{ cm}$

必修例題 4

1 辺が 12cm の立方体のふたのない容器に、8cm の深さまで水が入っています。この容器を、底面の1つの辺を床につけたまま傾けていきます。

(図1)

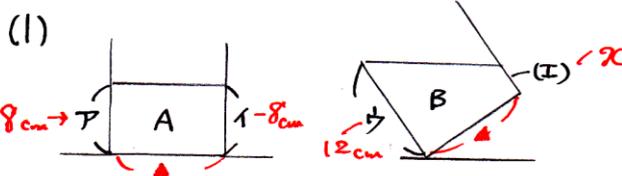
(図2)



(1) (図1) のように、水がこぼれることなく水面が容器のふちにかかったとき、図の x の長さは何cmですか。

(2) 容器を 45度 傾けたとき、容器からこぼれた水の体積は何cm<sup>3</sup>ですか。

(3) さらに傾けていくと、(図2) のようになりました。このとき、容器に入っている水の量は、はじめよりも 540cm<sup>3</sup> 減っていました。図の y の長さは何cmですか。



水がこぼれていないので  
AとBは同じ面積です。  
↓  
△は12cmで同じなので

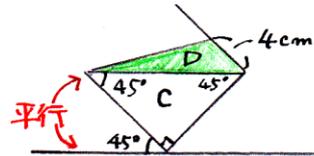
$ア + 1 = 12 + エ$  となります。

$$8 + 8 = 12 + x$$

$$x = 16 - 12 = 4 \text{ (cm)}$$

4 cm

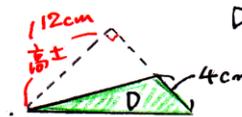
(2)



Bをさらに傾けたわけですから

$C + D = B$  です。

すなわち Dの部分がかぼれたのです。



$$D \text{ の面積} = 4 \times 12 \div 2 = 24 \text{ cm}^2$$

容器は立方体なので奥行きも12cm。

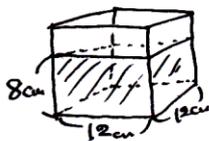
求める体積は

$$24 \times 12 = 288$$

288 cm<sup>3</sup>

(3)

はじめにあった水の体積

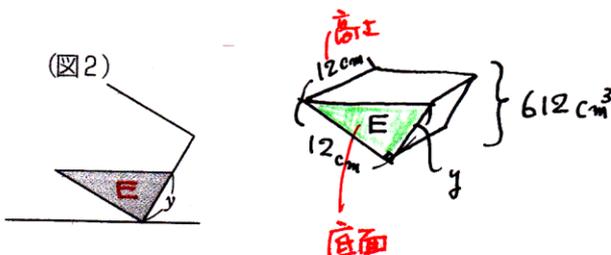


$$12 \times 12 \times 8 = 1152 \text{ (cm}^3\text{)}$$

こぼれた水の量が  $540 \text{ cm}^3$  なので

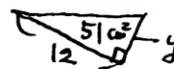
$$\text{残った水の体積は } 1152 - 540 = 612 \text{ (cm}^3\text{)}$$

(図2)



底面積(E)は  $612 \div 12 = 51 \text{ (cm}^2\text{)}$

これを y を出します。



$$12 \times y \div 2 = 51 \text{ より}$$

$$y = 51 \times 2 \div 12$$

$$= 8.5 \text{ (cm)}$$

8.5 cm