第 11 回 例題

必修例題 1

ある池のまわりを 1 周するのに，兄は 20 分，弟は 30 分かかります。

(1) この池のまわりを，2人が同じ地点から同時に反対方向に進みます。2人がはじめて出会うのは，出発してから何分後ですか。

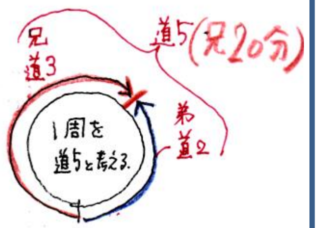
(2) この池のまわりを，弟が出発してから 5 分後に，兄が同じ地点から弟と同じ方向に進みます。兄が弟に追いつくのは，兄が出発してから何分後ですか。

(1)

	(兄)		(弟)
	20 分		30 分
時間の比	2	:	3
速さの比	3	:	2

同じ時間内に進んだ道のりの比も

③ : ②



1 周が⑤なので

兄で考えると，

20 分の$\frac{3}{3+2}$ 進んだところで出会った。

$20 \times \frac{3}{3+2} =$ 12 分後

12 分後

(別解)

ここで兄の速さを毎分 3 とすると，

池のまわりの長さは，

3x20=60 となります。

反対方向に進んで，出会いますから「旅人算の出会い」です。

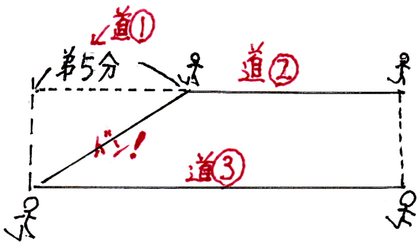
(旅人算の出会い)

60
速さの和
3+2=5/分
// □分

□ = 60÷5
= 12(分)

12分後

(2)



弟の道②にかかる時間がわかればよい。

上の図より，弟は 道① を 5 分かかるので，

5x2=10 分後

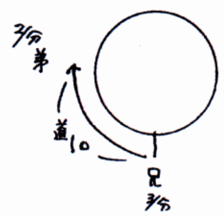
10 分後

(別解)

5分間に弟が進む道のりは

2 × 5 = 10

この 10 の道のりを兄が縮めて追いつきます。



(旅人算の追いつき)

10
速さの差
3−2=1/分
// □分

10÷(3−2)=10 分

必修例題 2

池のまわりをＡ君とＢ君が反対方向に走ると6分ごとに出会い，同じ方向に走ると24分ごとにＡ君がＢ君を追いこします。

(1)　Ａ君とＢ君の速さの比を求めなさい。

(2)　Ａ君がこの池のまわりを１周するのにかかる時間は何分ですか。

(3)　Ａ君とＢ君が同じ地点から同時に反対方向に走るとき、スタート地点で再び２人が出会うのは，出発してから何分後ですか。また，それはＡ君がこの池を何周したときですか。

(1)　池のまわりの長さを１，Ａ君の速さをＡ，Ｂ君の速さをＢとします。

反対方向に走って６分で出会う。

⇓

旅人算の出会いですから速さの和です。

	1
速さの和 A+B	6分

$\Rightarrow A+B=\frac{1}{6}$ …(ア)

同じ方向で，Ａ君がＢ君を24分で追いこす。

⇓

旅人算の追いつきですから速さの差です。

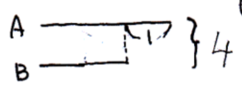
	1
速さの差 A−B	24分

$\Rightarrow A-B=\frac{1}{24}$ …(イ)

(ア)と(イ)から直接和差算をしても出ますが，(A+B)：(A−B)をまず出した方が簡単です。

$(A+B):(A-B)=\frac{1}{6}:\frac{1}{24}=4:1$（和　差）

ここで和差算



(和が4　差が1)

$A=(4+1)\div2=2.5$

$B=4-2.5=1.5$

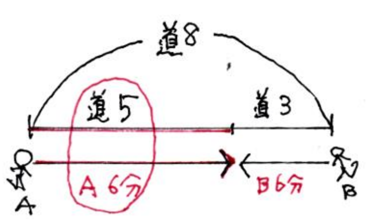
2.5：1.5 ＝5：3

$\boxed{5:3}$

(2) 速さの比は，同じ時間内に進む道のりの比と同じですから，Ａ君は道５を進むのに６分かかっています。したがって，道８進む時間は，

$6\times\frac{8}{5}=9.6$ 分

［円周を直線にした図］



(3) (2)の方法でＢ君がかかる時間を計算します。

Ｂ君は，道３を６分かかていますから道８は？

$6\times\frac{8}{3}=16$ 分

9.6分と16分の最小公倍数48分ごとに出発地点で出会います。

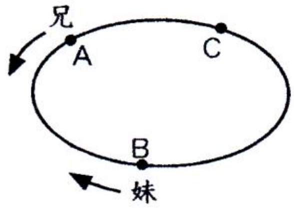
↓

Ａ君は 48÷9.6=5(周)します。

(注) 9.6に5をかけると整数になります。
9.6x5=48 なので，この48と16の最小公倍数は48になります。

48分後
5周

池のまわりを，兄はA地点を出発して，B地点，C地点を通って，A地点にもどります。また，妹はB地点を出発して，A地点，C地点を通って，B地点にもどります。2人は同時に出発して，12分後にはじめて出会いました。兄は，その8分後にB地点を通過して，出発してから60分後にC地点で妹と出会いました。

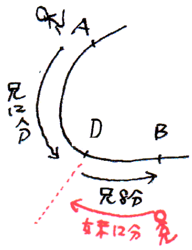


(1) 妹は，出発してから何分後にA地点を通過しましたか。

(2) 兄と妹は，池のまわりをそれぞれ何分で1周しますか。

(1) 2人がはじめてであった場所をDとすると，
兄はAD間を12分，DB間を8分
妹はDB間を12分かかっています。

兄で考えると，
AD:DB=12分:8分
=3 : 2より
ADとDBの道のりの比も3 : 2となる。



AB間を 道5 とすると，妹は道2を12分かかっているので，
道1は(12÷2=)6分
道5は(6x5 =)30分

30分後

[別解]
妹は同じ道のりを，
12÷8=1.5倍 の時間
がかかっています。

兄がAB間にかかる時間は
12 + 8 = 20分 より，

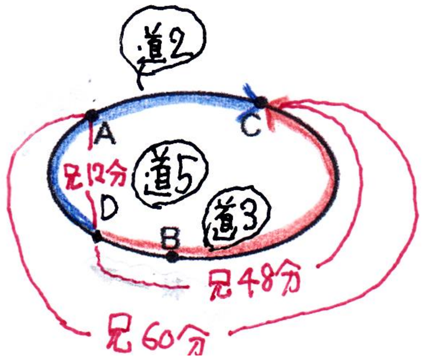
妹がAB間にかかる時間は
20 x 1.5 = 30 分

したがって，妹がA地点を通過するのは

30分後です。

30分後

(2)
(1)において，兄のDBの道のりの2は同じ時間内に妹が進んだ道のりです。
したがって，
兄と妹の速さの比は 3 : 2 と考えることができます。



1回目の出会い(D)から2回目の出会い(C)まで兄がかかった時間は，
60−12=48分で
ここは道3にあたります。

48÷3=16分・・・道1
16x5=80分・・道5(兄の1周)

妹は道2を48分なので，
48÷2x5=120分・・・妹の1周

兄・・・80分 妹・・・120分

必修例題 4

4時と5時の間で，時計の両針が作る角について，次の問いに答えなさい。

(1)　4時40分のとき，両針の作る角のうち，小さい方の角の大きさは何度ですか。

(2)　両針が重なる時刻は4時何分ですか。

(3)　両針の作る角が2度目に直角になるのは4時何分ですか。

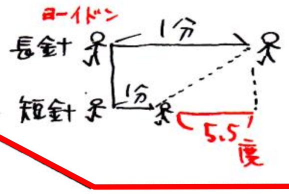
＜ポイント＞

長針は1時間に360°回転。
(60分)
↓
360÷60＝6(度)より
1分間に6度回転します。

5分の目盛りは30°

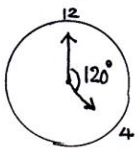
短針は1時間に30°回転。
(60分) ↓
30÷60＝0.5(度)より
1分間に0.5度回転します。

もし長針と短針が同時にスタートすると
1分間に 6−0.5＝5.5(度) 先に行くことになります。
‖
1分間に5.5度ずつ差ができる。



(旅人算の応用です。)

(1)
「4時から5時の間で……」といったら
まず4時のときを考えます。



5分の目盛りが30°ですから4時のとき
長針と短針は120°はなれています。

長針が短針を40分間追いかけます。
1分で5.5度，差が縮まりますから 40分間では
5.5×40＝220(度)
↓
追い抜いて，さらに引きはなした。　220−120＝100(度)

$\boxed{100度}$

(もし理解できない人は
次のように考えよう)
・長針が40分で進む角度
6×40＝240(度)
・短針が40分で進む角度
0.5×40＝20(度)
その差は
240−20＝220(度)
長針は120°後ろから
スタートしていますから
220−120＝100(度)

(2) 重なる＝追いつく
↓
旅人算の追いつきです。

長針と短針の差120度が
ゼロになったときが
重なったときです。

1分で5.5°差が縮まりますから

	120°
速さの差 5.5	□分

□＝120÷5.5
＝ $\frac{120}{5.5}$ 分

→このとき
分母と分子を2倍
すると，分母が整数に
なります。

$\frac{120\times2}{5.5\times2}=\frac{240}{11}=21\frac{9}{11}$(分)

$\boxed{21\frac{9}{11}分}$

(3) 長針と短針が重なる前に
1度直角になります。
↓
2度目に直角になるのは
重なってからさらに90°の差が
できたときです。
↓
長針が短針より 120＋90＝210° 多く回ったとき
です。

	210°
5.5	□分

となります。

$\frac{210\times2}{5.5\times2}=\frac{420}{11}=38\frac{2}{11}$(分)

$\boxed{38\frac{2}{11}分}$