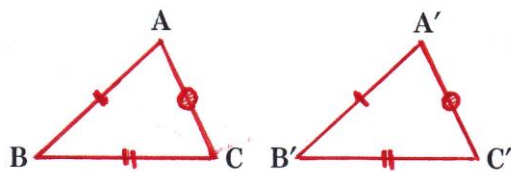
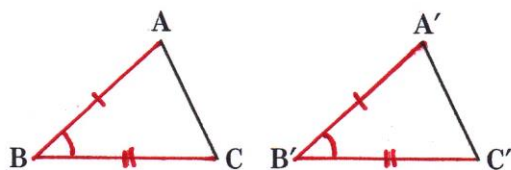


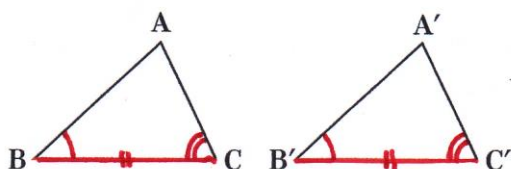
[合同になる条件] 以下のどれかがなりたつとき合同である。



(1) 3 辺がそれぞれ等しい。

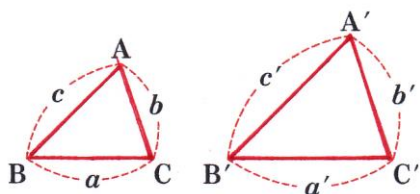


(2) 2 辺とその間の角がそれぞれ等しい。

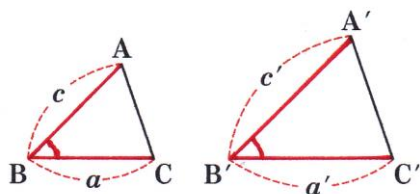


(3) 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

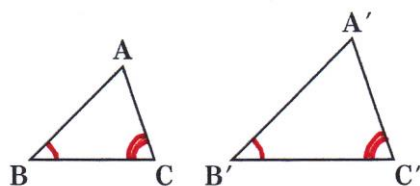
[相似になる条件] 以下のどれかがなりたつとき相似である。



(1) 3 組の辺の比がそれぞれ等しい。



(2) 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

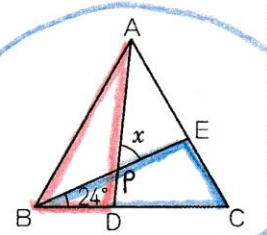


(3) 2 組の角がそれぞれ等しい。

必修例題 1

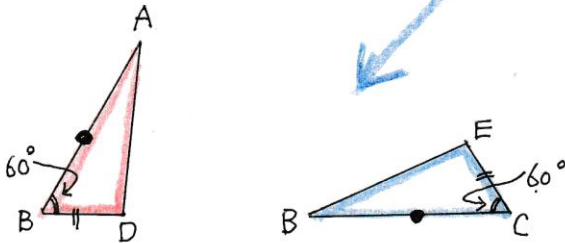
右の図の三角形 ABC は正三角形です。また、BD と CE の長さは等しくなっています。

- (1) 三角形 ABD と合同な三角形はどれですか。
 (2) 角 x の大きさは何度ですか。



(1)

三角形 ABD と 三角形 BCE で



正三角形の1辺だから

$$AB = BC \dots \text{ア}$$

正三角形の1つの角だから、

$$\text{角 } B = \text{角 } C = 60^\circ \dots \text{イ}$$

$$BD = CE \dots \text{ウ}$$

ア, イ, ウより, 三角形 ABD と 三角形 BCE は

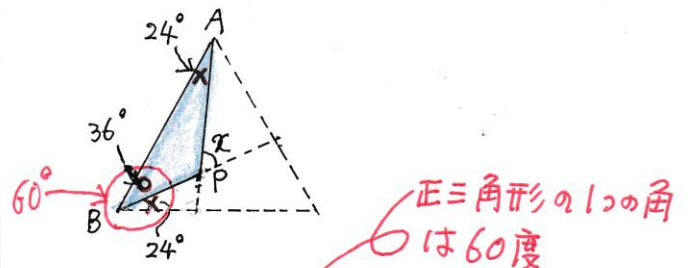
2 辺とその間の角がそれぞれ等しい

ので **合同**。

三角形 BCE

(2)

三角形 ABP に着目します。



$$(1) \text{より } \angle BAP = \angle BCP = 24^\circ$$

$$\angle BAP = 60^\circ - 24^\circ = 36^\circ$$

↓

三角形の外角の定理より、

$$\text{角 } x = 24^\circ + 36^\circ = 60^\circ (\text{度})$$



60 度

ポイント!

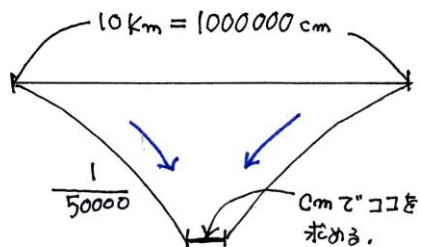
外角の定理

必修例題 2

- (1) 実際の長さが10kmの道は縮尺5万分の1の地図上では何cmになりますか。
 (2) 縮尺5千分の1の地図上で面積が2cm²の畑の実際の面積は何aですか。

(1) 10km を cm に直します。

$$10\text{km} = 10000\text{m} = 1000000\text{cm}$$



$\frac{1}{50000}$ ですから 1000000cm を 50000 で割ります。

↓

$$1000000 \div 50000 = 20\text{cm}$$

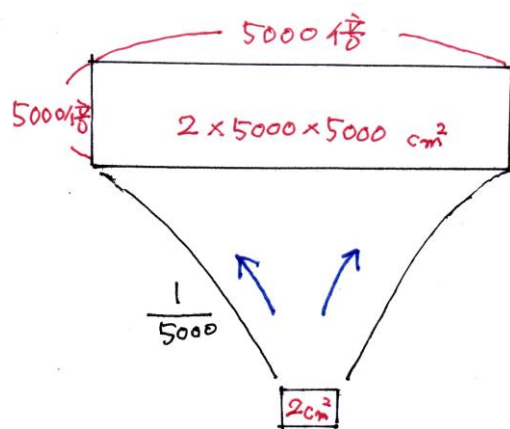
20

注意!

(2) 縮尺 5 千分の 1 とは「長さが $\frac{1}{5000}$ 」という

ことなので、

実際の面積は 5000×5000 倍 になります。



したがって、

$$\begin{aligned} & \underline{2\text{cm}^2 \text{ の実際の面積は}} \\ & 2 \times 5000 \times 5000 \text{ cm}^2 \cdots \text{ア} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1/a &= 10\text{m} \times 10\text{m} \\ &= 1000\text{cm} \times 1000\text{cm} \cdots \text{イ} \end{aligned}$$

↓

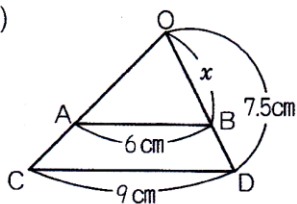
$$\text{ア} \div \text{イ} = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} = \frac{2 \times 5000 \times 5000}{1000 \times 1000} = 50a$$

50 a

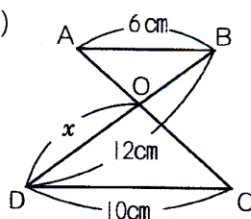
必修例題 3

AB と CD は平行です。それぞれの図の x の長さを求めなさい。

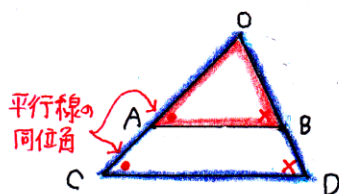
(1)



(2)



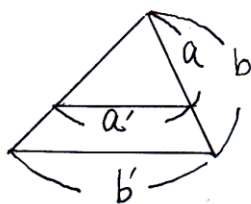
(1) ピラミッド型



平行線の同位角
は等しい。 $x = x$
● = ●

↓
2組の角がそれぞれ
等しいので

↓
三角形 OAB と
三角形 ODC は相似



↓
 $a : b = a' : b'$

↓
 $a \quad b \quad a' \quad b'$
 $x : 7.5 = 6 : 9$
↓
 $x : 7.5 = 2 : 3$
かんたんに
した方が
計算しやすい

外 × 外 = 内 × 内 より

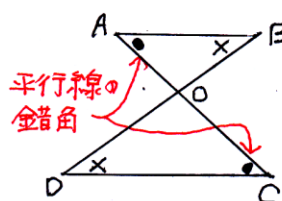
$x \times 3 = 7.5 \times 2$

$x \times 3 = 15$

$x = 5 \text{ (cm)}$

5 cm

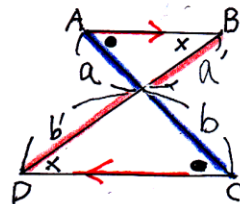
(2) クロス型 (りぼん型)



平行線の
同位角は
等しいので $x = x$
● = ●

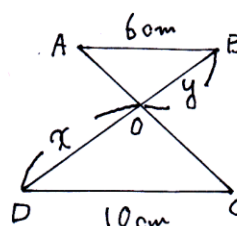
↓
2組の角がそれぞれ
等しいので

↓
三角形 OAB と
三角形 ODC は相似

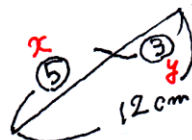


↓
 $AB : CD = a : b = a' : b'$

ふたつとも対応して
注意



$AB : CD = 6 \text{ cm} : 10 \text{ cm}$
 $= 3 : 5$ なの
 $OB = y$ とすると
 $y : x = 3 : 5$
 $OB = y$ とす



5 + 3 = 8 より

⑧ から 12 cm に 8 に 3 の 2 倍

① は $12 \div 8 = 1.5 \text{ (cm)}$

↓

⑤ は $1.5 \times 5 = 7.5 \text{ (cm)}$

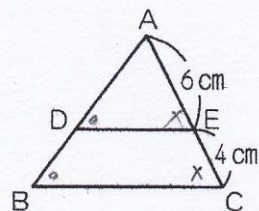
$12 \times \frac{5}{5+3}$

7.5 cm

必修例題 4

右の図の三角形 ABC で BC と DE は平行です。

- (1) DE : BC を求めなさい。
- (2) 三角形 ADE と四角形 DBCE の面積の比を求めなさい。



(1) 必修例題 3 (1) と同様です。

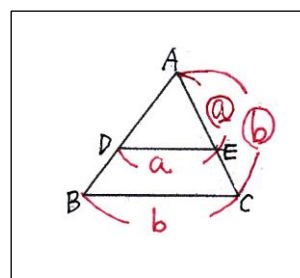
DE と BC は平行なので ● どのの角, ▲ どのの角はそれぞれの **同位角** が等しい。

↓

三角形 ADE と 三角形 ABC は相似形

↓

右の図で, $a : b = \textcircled{a} : \textcircled{b}$ なので,



$$\underline{DE : BC = 6 : (6+4) = 3 : 5}$$

$$3 : 5$$

(2) 三角形 ADE と 三角形 ABC の 相似比は 3 : 5

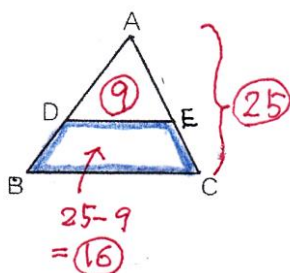
↓

$$\underline{\text{面積比は } (3 \times 3) : (5 \times 5) = 9 : 25}$$

↓

三角形 ADE と 四角形 DBCE の面積比は

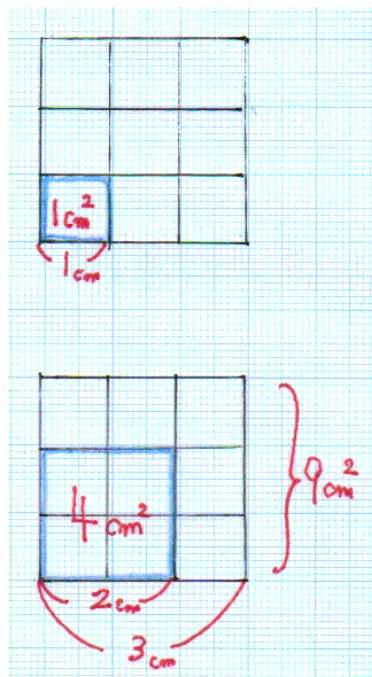
$$9 : (25-9) = 9 : 16$$



$$9 : 16$$

相似比 が $a : b$ のとき,

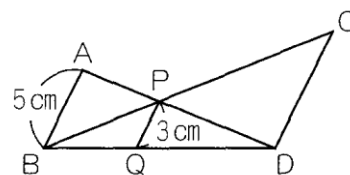
面積比 は $(a \times a) : (b \times b)$



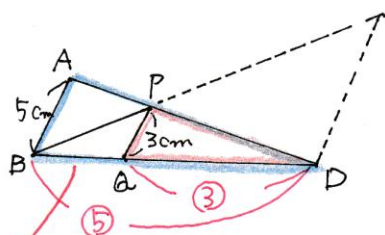
必修例題 5

右の図で、AB と PQ と CD は平行です。

- (1) BQ : QD を求めなさい。
- (2) CD の長さは何cmですか。
- (3) 三角形 BPQ と三角形 PCD の面積の比を求めなさい。



(1)



AB と PQ が平行なので
三角形 DPQ と 三角形 DAB は 相似



$$PQ : AB = 3\text{cm} : 5\text{cm} = 3 : 5$$



$$DQ : DB = 3 : 5 \text{ より}$$

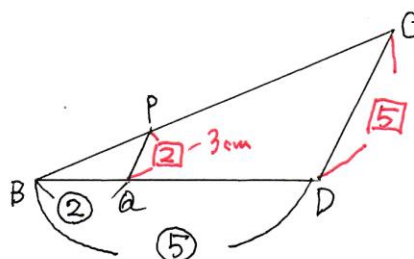
$$BQ : QD = (5 - 3) : 3$$

$$= 2 : 3$$

$$2 : 3$$

$$3 \times \frac{5}{2} = 7.5$$

(2)



PQ と CD が平行なので

三角形 BPQ と 三角形 BCD は 相似



$$(1) \text{ より } BQ : BD = (5 - 3) : 5 = 2 : 5 \text{ なので}$$

$$PQ : CD = 2 : 5$$

$PQ = 2$ とすると、 2 が 3cm にあたるので、

$$1 \text{ は } 3 \div 2 = 1.5\text{cm} \quad CD \text{ は } 5 \text{ より、}$$

$$1.5 \times 5 = 7.5\text{cm}$$

$$7.5\text{cm}$$

(3) PQ と CD は平行なので

(三角形 PCD の面積) = (三角形 QCD の面積)

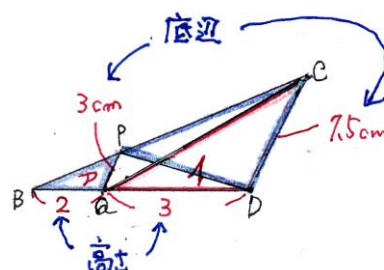
したがって、図の ア と イ の面積を比べます。



ア と イ の 底辺 をそれぞれ PQ , CD

ア と イ の 高さ をそれぞれ BQ , QD

と考えることができます。



(アの面積) : (イの面積)

$$= (3 \times 2 \div 2) : (7.5 \times 3 \div 2)$$

$$= 4 : 15$$

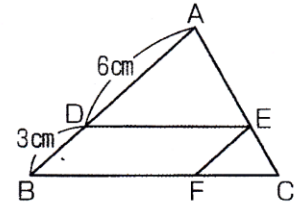
よって、求める面積の比は $4 : 15$

$$4 : 15$$

必修例題6

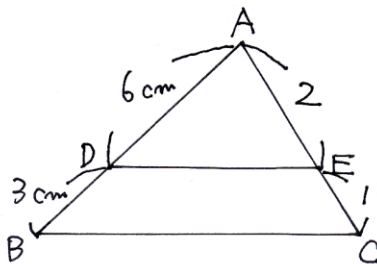
右の図で、DEとBC、ABとEFは平行です。

- (1) AE : EC を求めなさい。
- (2) 四角形 DBFE の面積は三角形 ABC の面積の何分のいくつですか。

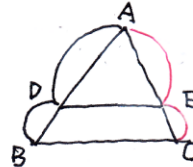


(1)

DEとBCが平行なので、三角形ADEと三角形ABCは相似形です。



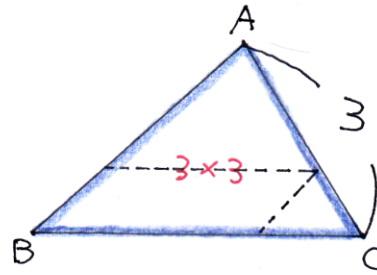
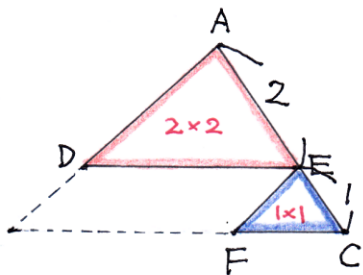
ピラミッド型の場合
 $AD : DB = AE : EC$
 も成り立つので



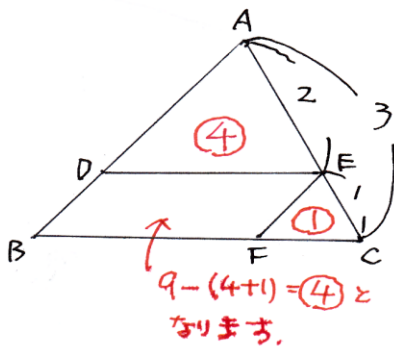
$$\begin{aligned} AD : DB &= AE : EC \\ &= 6 \text{ cm} : 3 \text{ cm} \\ &= 2 : 1 \end{aligned}$$

2 : 1

(2)



三角形ABC
 三角形ADE
 三角形EFC } は相似形です。



その相似比は

$$3 : 2 : 1$$

面積比は

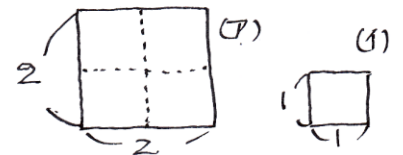
$$\begin{aligned} 3 \times 3 : 2 \times 2 : 1 \times 1 \\ = 9 : 4 : 1 \end{aligned}$$

三角形ABCの面積を

⑨とすると、四角形

DBFE (平行四辺形)

正方形で考えてみます。
 (正方形は相似形です。)



(ア)と(イ)の相似比は

2 : 1 であらう

面積比は $2 \times 2 : 1 \times 1$
 $= 4 : 1$ になります。

の面積は

$$9 - (4 + 1) = 4 \text{ となります。}$$

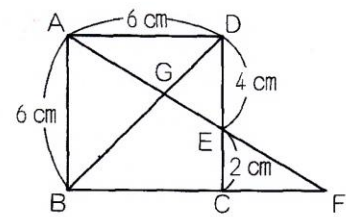
$$\text{よって、} 4 \div 9 = \frac{4}{9}$$

$\frac{4}{9}$

必修例題 7

右の図の四角形 ABCD は 1 辺が 6cm の正方形です。

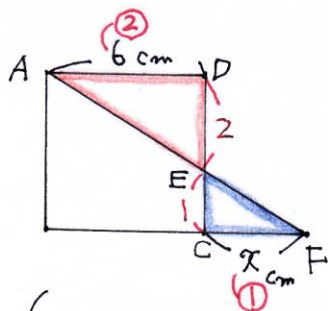
- (1) CF の長さは何 cm ですか。
- (2) AG : GE : EF を求めなさい。



- (1) 三角形 ADE と 三角形 FCE は 相似です。

$$ED : EC = 4 \text{ cm} : 2 \text{ cm} = 2 : 1 \text{ より}$$

$$DA : CF = 2 : 1$$



$$\begin{aligned} 6 : x &= 2 : 1 \\ x \times 2 &= 6 \times 1 \\ x &= 6 \times 1 \div 2 \\ x &= 3 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

$$3 \text{ cm}$$

② が 6 cm なのを

① は $6 \div 2 = 3 \text{ (cm)}$

$$\downarrow$$

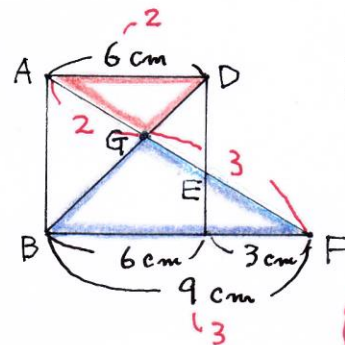
$$x = 3 \text{ cm}$$

$$6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ cm}$$

ができれば最高!

$$3 \text{ cm}$$

- (2) 三角形 AGD と 三角形 FGB は 相似です。

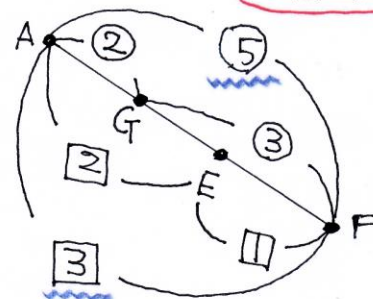


$$\begin{aligned} AD : FB &= 6 \text{ cm} : (6 + 3) \text{ cm} \\ &= 2 : 3 \end{aligned}$$

$$AG : GF = 2 : 3$$

また (1) より

$$AE : EF = DE : EC = 2 : 1$$



⑤ と ③ 同じ長さですから 最小公倍数の 15 にそろえます。 $\bigcirc \times 3$ $\square \times 5$

$$\begin{aligned} \Rightarrow GE &= 10 - 6 = 4 \text{ より,} \\ AG : GE : EF &= 6 : 4 : 5 \end{aligned}$$

$$6 : 4 : 5$$