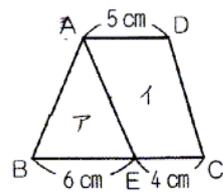


必修例題 1

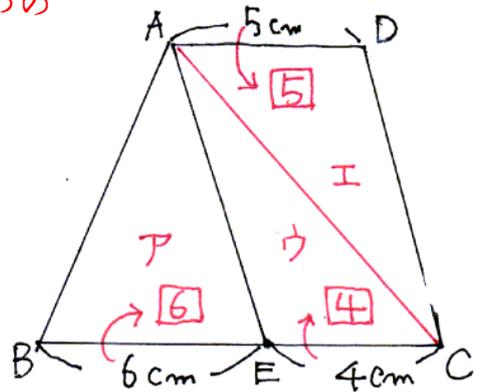
右の図で AD と BC は平行 です。三角形アと台形イの面積の比 を求めなさい。



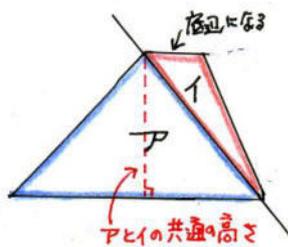
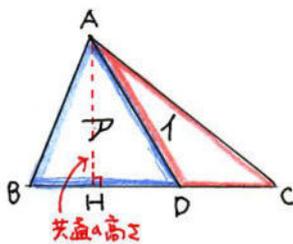
右の図のように **A と C** を結んで **台形イを2つの三角形ウとエに分けます**。

アとウとエ は **高さが同じ** なので 面積の比は底辺の長さの比 になります。

$$\begin{aligned} \text{ア} : \text{ウ} : \text{エ} &= 6 : 4 : 5 \\ \text{ア} : \text{イ} &= 6 : (4 + 5) \\ &= 6 : 9 \quad \downarrow \div 3 \\ &= \underline{\underline{2 : 3}} \end{aligned}$$



2 : 3



高さが等しい三角形の
面積の比は
↓
底辺の長さの比 に等しい。

上の左の図において、
三角形ア と イ の面積の比は

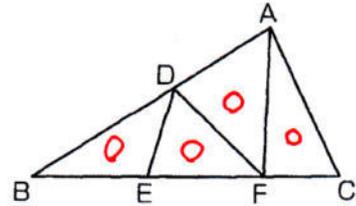
$$\left(BD \times AH \times \frac{1}{2} \right) : \left(DC \times AH \times \frac{1}{2} \right) = \underline{\underline{BD : DC}}$$

右の図も同様に考
える

必修例題 2

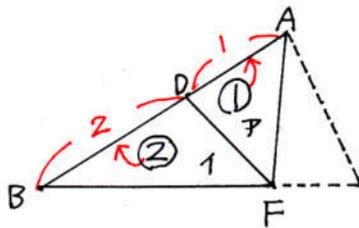
三角形 ABC を面積の等しい4つの三角形に分けました。

- (1) $AD : DB$ を求めなさい。
- (2) $BE : EF : FC$ を求めなさい。



- (1) 上の図のように等しい4つの三角形に○をつけてつけます。

アとイについて考えるとアは○1個



イは○2個

↓
アの面積を①とすると、
イの面積は②となります。

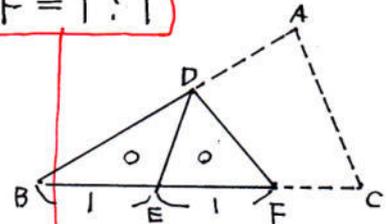
点Fを共通の頂点、AD、DBをそれぞれの底辺とすると、高さが同じなので、面積は底辺の比になります。

したがって $AD : DB$ は $1 : 2$

$1 : 2$

- (2) 同様に考えると三角形DBEと三角形DEFは○が1個ずつですから

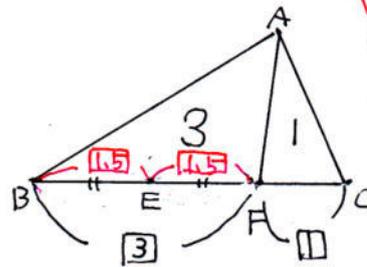
$BE : EF = 1 : 1$



次に三角形ABFと三角形AFCを考えます。

三角形ABFは○が3個、三角形AFCは○が1個なので、
面積の比は $3 : 1$

↓
底辺の比 ($BF : FC$) も $3 : 1$ になります。



EはBFのまん中の点なので

$$BE = EF = 3 \div 2 = 1.5$$

になります。

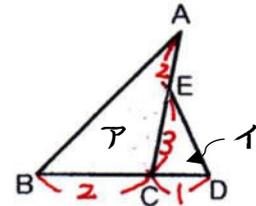
したがって $BE : EF : FC$ は

$$1.5 : 1.5 : 1 = 3 : 3 : 2$$

$3 : 3 : 2$

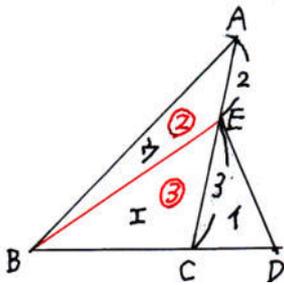
必修例題 ④

右の図で、 $BC : CD = 2 : 1$ 、 $AE : EC = 2 : 3$ です。
三角形ABCと三角形ECDの面積の比を求めなさい。ただし、B、C、Dは一直線上にあります。



解 1

予習シリーズの別解です。



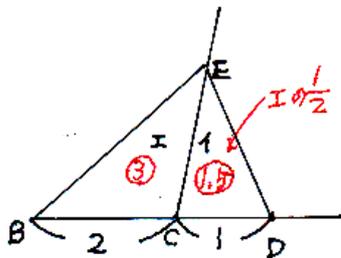
BとEを結ぶ。

ウとエの三角形において、

$AE : EC = 2 : 3$ より、

$ウ : エ = ② : ③$

辺の比から
面積の比



エとイにおいて、

$BC : CD = 2 : 1$ より、

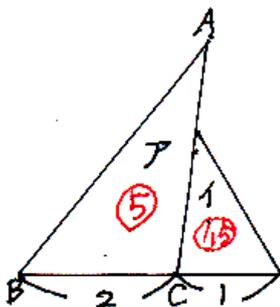
$エ : イ = 2 : 1$

エは③で イはエの $\frac{1}{2}$ なので、

イ は $3 \times \frac{1}{2} = ①.5$

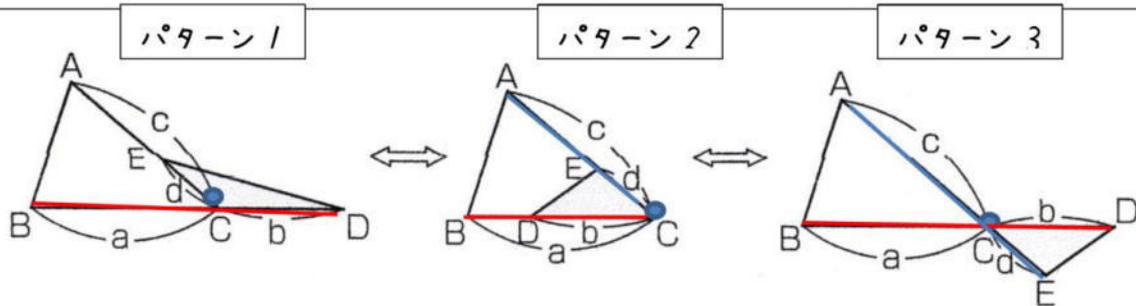
$\frac{ア}{イ} = \frac{5}{1.5}$
 $= ⑩ : ③$

2倍して整数比にする。



10 : 3

三角形の面積の比と辺の比



大小2つの三角形において、

1つの頂点(C)が共通で

それぞれの2つの辺が同じ直線上にあるとき

赤線部分を底辺、青線分を高さの割合とすることができる。



大小の三角形の大きさの比を求めるとき、「÷2」は共通なので省くと

大 : 小 = $(a \times c) : (b \times d)$ になり 式を変形すると

$$\frac{\text{小}}{\text{大}} = \frac{b \times d}{a \times c} \rightarrow \frac{b}{a} \times \frac{d}{c} \text{ と表すことができます。}$$

どれか1つの式を覚える。!

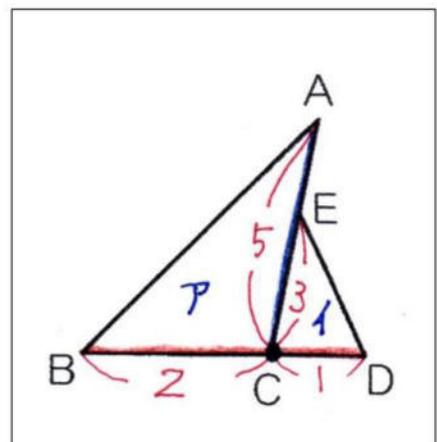
公式を使って例題3を解いてみる

上の公式により、アとイの面積の比は

$$(2 \times 5) : (1 \times 3)$$

$$= 10 : 3$$

$$10 : 3$$

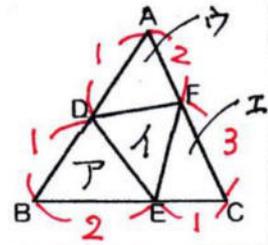


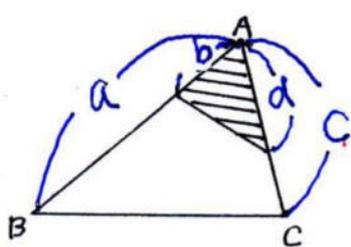
必修例題 4

必修例題 4

右の図で、 $AD : DB = 1 : 1$ 、 $BE : EC = 2 : 1$ 、 $CF : FA = 3 : 2$ です。

- (1) アの面積は三角形 ABC の面積の何分のいくつですか。
 (2) イの面積は三角形 ABC の面積の何分のいくつですか。





左の図で、

斜線部分の面積は

三角形 ABC の面積の $\frac{b}{a} \times \frac{d}{c}$ です。

小
大

×

小
大

(1)

アの面積は
 三角形 ABC の

小
大

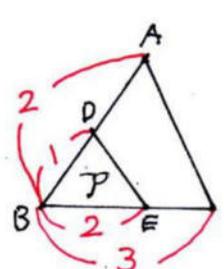
×

小
大

より

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$$

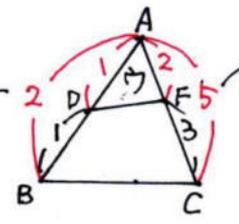
$$= \frac{1}{3}$$


$\frac{1}{3}$

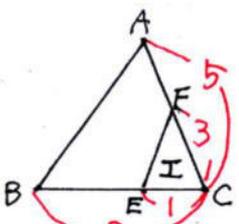
(2)

同様に
 ウの面積は
 三角形 ABC の

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{5}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5} \dots \text{ウ}$$


エの面積は
 三角形 ABC の

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5} \dots \text{エ}$$


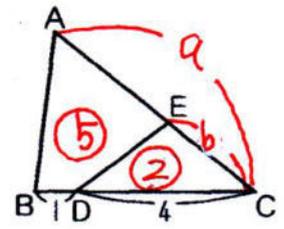
よって、三角形 ABC の面積を 1 とすると
イの面積は三角形 ABC の

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \right) = 1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$

$\frac{4}{15}$

応用例題 1

右の図で、 $BD : DC = 1 : 4$ 四角形 $ABDE$ の面積と三角形 EDC の面積の比が $5 : 2$ であるとき、 $AE : EC$ を求めなさい。



[パターン 2] の応用です。

三角形 EDC の面積を 2 とすると、三角形 ABC の面積は $(5+2)=7$ です。

↓

$AC=a$ $EC=b$ とすると、

$$\frac{b}{a} \times \frac{4}{1+4} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{2}{7} \div \frac{4}{5}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{5}{14} \quad \rightarrow \quad \underline{a : b = 14 : 5}$$

↓

$$AC=14 \quad EC=5$$

↓

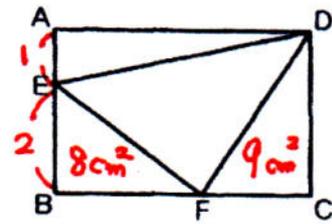
$$\underline{AE : EC} = (14-5) : 5$$

$$= \underline{9 : 5}$$

9 : 5

必修例題 5

右の図の四角形 ABCD は長方形で $AE : EB = 1 : 2$ です。
 また、三角形 EBF の面積は 8cm^2 、三角形 DCF の面積は 9cm^2 です。



- (1) $BF : FC$ を求めなさい。
- (2) 三角形 EAD と三角形 EBF の面積の比を求めなさい。
- (3) 三角形 DEF の面積を求めなさい。

(1) 三角形 EBF で、

$$BF = 8 \times 2 \div 2 = 8$$

三角形 DCF で、

$$FC = 9 \times 2 \div 3 = 6$$

三角形 EBF を 2 倍し、たての長さでわる。

$$BF : FC = 8 : 6 = 4 : 3$$

4 : 3

(2) $AE = 1$ とすると、

$$EB = 2$$

$$BF = 8 \quad FC = 6 \quad AD = (8 + 6) = 14$$

$DC = 3$ となります。

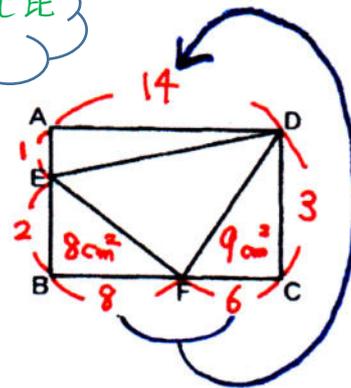
↓

三角形 EAD の面積は、

$$= 1 \times 14 \div 2 = 7\text{cm}^2$$

よって、求める比は 7 : 8

すべて、同じ比になる。



予習シリーズの別解です。

7 : 8

(3) 長方形の面積から 3 つの三角形の面積を引きます。

$$3 \times 14 = 42\text{cm}^2 \dots \text{長方形の面積}$$

↓

三角形 DEF の面積は

$$42 - (7 + 8 + 9) = 18\text{cm}^2$$

18 cm²