第 11 回　例題

必修例題 1

ある池のまわりを 1 周するのに，兄は 20 分，弟は 30 分かかります。

(1)　この池のまわりを，2 人が同じ地点から同時に反対方向に進みます。2 人がはじめて出会うのは，出発してから何分後ですか。

(2)　この池のまわりを，弟が出発してから 5 分後に，兄が同じ地点から弟と同じ方向に進みます。兄が弟に追いつくのは，兄が出発してから何分後ですか。

(1)

まず"仮の池のまわりの長さを決めます。

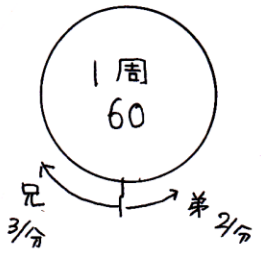
(兄)　(弟)
20分　30分

時間の比　2 : 3

速さの比　3 : 2　逆比だから

ここで"兄の速さを毎分3とすると"池のまわりの長さは

3×20 = 60 となります。




反対方向に進んで出会いますから「旅人算の出会い」です。

(旅人算の出会い)

| 60 |
|---|
| 速さの和 3+2=5/分 ／／／ □分 |

□ = 60÷5
= 12(分)

12分後

覚え得ポイント

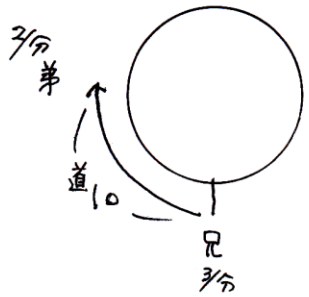
1周の長さの決め方は
20と30の最小公倍数
60としても0Kです。
60÷20 = 3/分
60÷30 = 2/分　と速さを出します。

(2)

5分間に弟が進む道のりは

2×5 = 10

この 10 の道のりを兄が縮めて追いつきます。




(旅人算の追いつき)

| 10 |
|---|
| 速さの差 3−2=1/分 ／／／ □分 |

□ = 10÷1
= 10(分)

10分後

必修例題２

池のまわりをＡ君とＢ君が反対方向に走ると６分ごとに出会い，同じ方向に走ると24分ごとにＡ君がＢ君を追いこします。

(1) Ａ君とＢ君の速さの比を求めなさい。

(2) Ａ君がこの池のまわりを１周するのにかかる時間は何分ですか。

(3) Ａ君とＢ君が同じ地点から同時に反対方向に走るとき，スタート地点で再び２人が出会うのは，出発してから何分後ですか。また，それはＡ君がこの池を何周したときですか。

(1) 池のまわりの長さを１，Ａ君の速さをＡ，Ｂ君の速さをＢとします。

反対方向に走って６分で出会う。
⇓
旅人算の出会い ですから 速さの和です。

| | |
|---|---|
| 速さの和 A+B | 6分 |

$\Rightarrow A+B=\frac{1}{6}$ …(ア)

同じ方向で，Ａ君がＢ君を24分で追いこす。
⇓
旅人算の追いつき ですから 速さの差です。

| | |
|---|---|
| 速さの差 A−B | 24分 |

$\Rightarrow A-B=\frac{1}{24}$ …(イ)

(ア)と(イ)から直接和差算をしても出ますが，(A+B):(A−B)をまず出した方が簡単です。

$(A+B):(A-B)=\frac{1}{6}:\frac{1}{24}=4:1$ （和：差）

ここで和差算

（和が4，差が1）

$A=(4+1)\div 2=2.5$

$B=4-2.5=1.5$

$2.5:1.5=5:3$

5:3

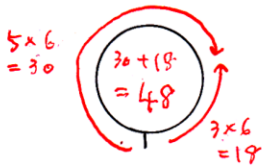
(2) ここで池のまわりの長さを求めます。

反対方向に走ったとき おたがいに６分ずつ走ったところで出会っています。

つまり Ａ君…$5\times 6=30$（速さ）

Ｂ君…$3\times 6=18$

$30+18=48$ を池のまわりの長さとします。




Ａの速さは $\frac{5}{分}$ なので１周にかかる時間は $48\div 5=9.6$（分）

9.6分

(3) Ａ君とＢ君のそれぞれの１周する時間を知りたい。

Ａ君は(2)より 9.6(分)

Ｂ君は $48\div 3=16$（分）（Ｂの速さ $\frac{3}{分}$）

9.6と16の最小公倍数の48分ごとに出発地点で出会います。

Ａ君は $48\div 9.6=5$（周）することになります。

48分後，5周

$9.6=9\frac{6}{10}=9\frac{3}{5}=\frac{48}{5}$

ここに5をかけると整数値(48)になる。既約分数にしてから！

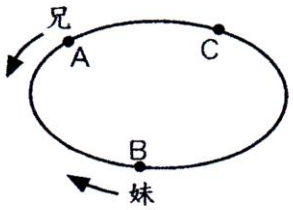
9.6分と16分を秒に直してから最小公倍数を出しその後分に戻してもよい！

**例題 3**

池のまわりを，兄はA地点を出発して，B地点，C地点を通って，A地点にもどります。また，妹はB地点を出発して，A地点，C地点を通って，B地点にもどります。2人は同時に出発して，12分後にはじめて出会いました。兄は，その8分後にB地点を通過して，出発してから60分後にC地点で妹と出会いました。

(1) 妹は，出発してから何分後にA地点を通過しましたか。

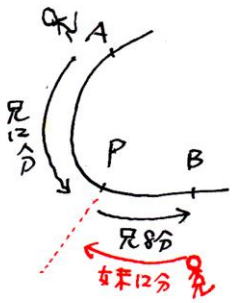
(2) 兄と妹は，池のまわりをそれぞれ何分で1周しますか。




(1) 2人がはじめて出会った場所をPとすると

兄はAP間を12分，PB間を8分

妹はPB間を12分かかっています。




妹は兄の

12÷8=1.5(倍)の時間がかか

兄がAB間にかかる時間は

12+8=20(分)より

妹がかかる時間は

20×1.5=30(分)

したがって妹がA地点を通過するのは

30分後です。

30分後

(2) 兄はA→B→Cを60分かかっていますから，

妹はB→A→Cを60分かかります。

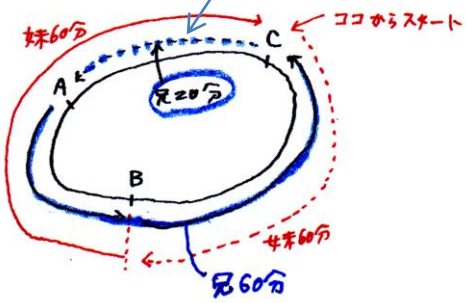
(1)より，

妹はA→C間を(60−30=)30分かかるので

↓

ここを兄は (30÷1.5=)20分

したがって，下の図のようになります。




兄は 60+20 = 80分

妹は 80×1.5 = 120分

兄・・・80分
妹・・・120分

**必修例題 4**

4時と5時の間で，時計の両針が作る角について，次の問いに答えなさい。

(1) 4時40分のとき，両針の作る角のうち，小さい方の角の大きさは何度ですか。

(2) 両針が重なる時刻は4時何分ですか。

(3) 両針の作る角が2度目に直角になるのは4時何分ですか。

<ポイント> 長針は1時間に360°回転。(60分)

↓

360÷60＝6(度)より

1分間に6度回転します。

短針は1時間に30°回転。(60分)↓ (5分の目盛りは30°)

30÷60＝0.5(度)より

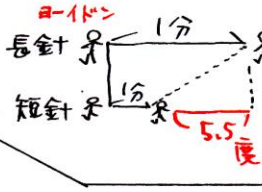
1分間に0.5度回転します。

もし長針と短針が同時にスタートすると

1分間に 6−0.5＝5.5(度) 先に行くことになります。

＝

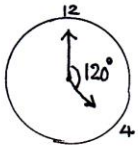
1分間に5.5度ずつ差ができる。




(旅人算の応用です)

(1)

「4時から5時の間で……」といったらまず4時のときを考えます。




5分の目盛りが30°ですから4時のとき長針と短針は120°はなれています。

長針が短針を40分間追いかけます。

1分で5.5度．差が縮まりますから 40分間では

5.5×40＝220(度)

↓

追い抜いて，さらに引きはなした。 220−120＝100(度)

**100度**

(もし理解できない人は次のように考えよう)

- 長針が40分で進む角度 6×40＝240(度)
- 短針が40分で進む角度 0.5×40＝20(度)

その差は 240−20＝220(度)

長針は120°後ろからスタートしていますから 220−120＝100(度)

(2) 重なる＝追いつく

↓

旅人算の追いつきです。

長針と短針の差120度がゼロになったときが重なったときです。

1分で5.5°差が縮まりますから

| 速さの差 | 120° |
|---|---|
| 5.5 | □分 |

□＝120÷5.5

＝ $\frac{120}{5.5}$ 分

このとき分母と分子を2倍すると，分母が整数になります。

$\frac{120\times2}{5.5\times2}=\frac{240}{11}=21\frac{9}{11}$(分)

**$21\frac{9}{11}$分**

(3) 長針と短針が重なる前に1度直角になります。

↓

2度目に直角になるのは重なってからさらに90°の差ができたときです。

↓

長針が短針より 120＋90＝210° 多く回ったときです。

| 210° |
|---|
| 5.5 \| □分 |

となります。

$\frac{210\times2}{5.5\times2}=\frac{420}{11}=38\frac{2}{11}$(分)

**$38\frac{2}{11}$分**