必修例題 4 既約分数

1より小さく，分母が96の分数について，次の問いに答えなさい。

$\frac{1}{96}$，$\frac{2}{96}$，$\frac{3}{96}$，$\frac{4}{96}$，……　$\frac{94}{96}$，$\frac{95}{96}$

(1) 既約分数は全部で何個ありますか。

(2) 約分すると分子が1になるものは何個ありますか。ただし，$\frac{1}{96}$ は除きます。

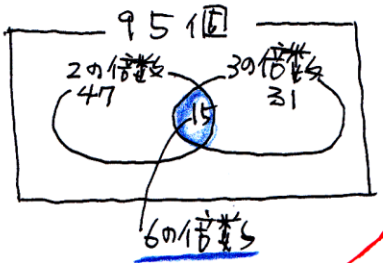
(1) 95個の分数から約分のできる数を引きます。

(分母の) 96 を素因数分解すると，

$96=2\times2\times2\times2\times2\times3$

より，分子が 2の倍数 か 3の倍数 のときに約分されます。

- 2の倍数の個数は，
  $95\div2=47.\cdots$ より 47個
- 3の倍数の個数は，
  $95\div3=31.\cdots$ より 31個
- 6の倍数の個数は，
  $95\div6=15.\cdots$ より 15個



2の倍数と3の倍数がダブっている個数を引く。

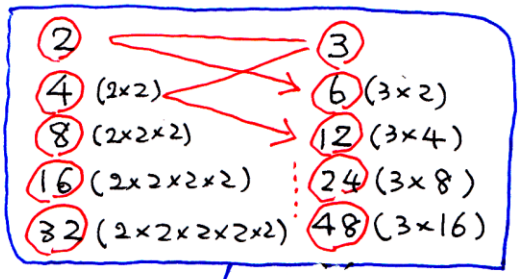
- 約分できる個数は，
  $47+31-15=63$ (個)
- 既約分数の個数は，(約分できない)
  $95-63=32$(個)

32個

(2) 例えば，$\frac{2}{96}=\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{2}\times2\times2\times2\times2\times3}=\frac{1}{48}$

となり分子が1になります。

すなわち，分子が



以上10個が約分すると分子が1になります。

10個

(別解) 分母の96の約数の個数を調べます。

＝約数の個数だけ分子が1になるから。

$96=2\times2\times2\times2\times2\times3$

$=2^5\times3^1$ と表すと約数の個数は，

$(5+1)\times(1+1)$

$=6\times2$

$=12$(個)

{1，96} は除くので，

$12-2=10$(個)