

必修例題 3

3と4の倍数を除いた数を小さい順に並べると、下のようになります。

1, 2, 5, 7, 10, 11, 13, 14, 17, ……

- (1) 58は何番目の数ですか。
 (2) 99番目の数はいくつですか。

① ② 3 4 ⑤ 6 ⑦ 8 9 ⑩ ⑪ 12
 ⑬ ⑭ 15 16 ⑰ 18 ⑲ 20 21 ⑳ ㉓ ㉔

上の図からわかるように、3と4の最小公倍数の12が周期になっていて、その中に6個の○が入っています。

また、
 $13 \div 12 = 1$ 余り ①
 $14 \div 12 = 1$ 余り ②
 $17 \div 12 = 1$ 余り ⑤
 $19 \div 12 = 1$ 余り ⑦
 $22 \div 12 = 1$ 余り ⑩
 $23 \div 12 = 1$ 余り ⑪

のように、この数列に並べて数を、12で割ると、その余りは

$\{1, 2, 5, 7, 10, 11\}$ の周期になって

いることがわかります。

(1) $58 \div 12 = 4$ 余り ⑩

4周期 + 5周期目の左から5番目

1つの周期に6個の数字があるから、

$6 \times 4 + 5 = 29$ (番目)

29番目

(2) 99番目ということは 99個目の○です。

$99 \div 6 = 16$ 余り 3 より

16周期 + 次の左から3つ目の○です。

1つの周期は12のかたまりですから

$12 \times 16 = 192$

そのあとは

⑬ ⑭ 15, 16, ⑰, 18, 19, ……

197