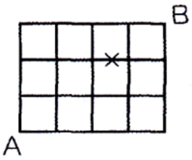
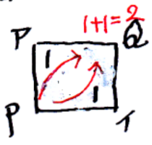
必修例題 1 場合の数①

(1)　ごばんの目のような道があります。A地点からB地点まで遠回りをしないで行く方法を考えます。
①全部で何通りの方法がありますか。
②×印のところは通らずに行く方法は何通りありますか。



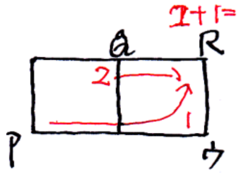
(2)　大，中，小３個のサイコロを同時にふるとき，出た目の和が９の倍数になるのは全部で何通りありますか。

［復習］　PからQに行くには



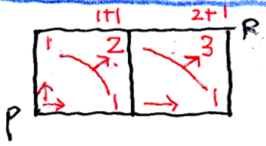
ア方向と イ方向 (1+1=) の２通り

2+1=3通り　PからRまで行くには



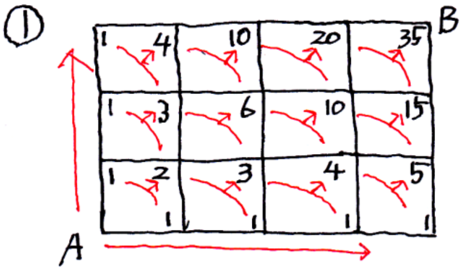
Qまでの ２通りと ウを通る １通りで ＞ 2+1= 3通り

● 直前の交差点の数をたしていきます。



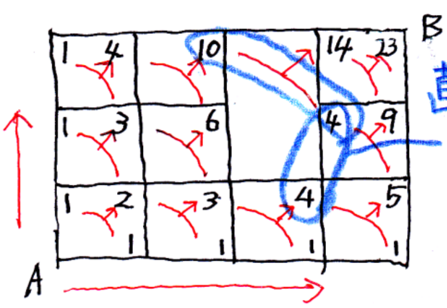
(1) 下の図のようになります。

①



35通り

② ×の道をとって考えます。
(予習シリーズの別解です。)



直前の交差点の数に注意！

23通り

(2) 3個のサイコロの目の和の
最少は 1+1+1=3　最大は 6+6+6=18
したがって，9の倍数になるのは
9か18です。

(i) 目の和が9になる組み合わせは

• (1,2,6)　• (1,6,3)　• (1,4,4)　• (2,2,5)

(1,2,6)：

大	中	小
1	2	6
1	6	2
2	1	6
2	6	1
6	1	2
6	2	1

6通り

(1,6,3)：6通り

(1,4,4)：

大	中	小
1	4	4
4	1	4
4	4	1

3通り

(2,2,5)：3通り

• (2,3,4) → 6通り　• (3,3,3) → 1通り

(ii) 目の和が18になるのは (6,6,6)より 1通り

したがって，全部で
6+6+3+3+6+1+1=26通り

26通り

必修例題 2　場合の数②

(1)　男子2人，女子3人でリレーの順番を決めます。

①全部で何通りの順番がありますか。

②男子と女子が交互になる順番は何通りありますか。

(2)　0，1，2，3の4枚のカードから3枚を並べて3けたの整数を作ります。

①全部で何通りの整数ができますか。

②偶数は何通りできますか。

(3)　｛赤，青，黄｝の3色すべてを使って，右の図の4つの部分をぬり分ける方法は全部で何通りありますか。ただし，となりあう部分は同じ色でぬってはいけません。

となり同士が違う色

(1)

① 1番 2番 3番 4番 5番

5通り 4通り 3通り 2通り 1通り

5人の候補

1番で選んだ人以外の4人

$5\times4\times3\times2\times1=120$（通り）

120通り

② 女子の方が人数が多いので

女子－男子－女子－男子－女子 の順番になります。

この3人の並べ方は $3\times2\times1=6$通り

男子2人の並べ方は $2\times1=2$通り

コノそれぞれに2通りあるので積の法則

したがって，$6\times2=12$（通り）

12通り

(2)

① 3けた

百の位に0はこないので 百の位は3通り

十の位は百の位で使ったカード以外の3通り

一の位は残りの2通り

百　十　一

$3\times3\times2$

通り　通り　通り

$3\times3\times2=18$（通り）

18通り

② 偶数は一の位が0か2になるときです。

・□□0のとき

1，2，3の3通り　残りの2通り

$3\times2=6$通り

・□□2のとき

0と2以外の2通り　残りの2通り

$2\times2=4$通り

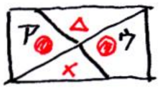
「AのときまたはBのとき」⇒和の法則

$6+4=10$（通り）

10通り

(3)　同じ色であっていいのは（ア・ウ）と（エ・イ）です。

ぬり分ける
⇓
隣どうしが違う色

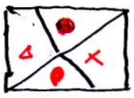


アとウは同じ色…3通り

△と×は残りの2色だから

$2\times1=2$通り

$3\times2=6$（通り）



このときも左と同様に6通りあるので

全部で

$6+6=12$（通り）です。

12通り

必修例題 3 いもづる算

50 円切手と 80 円切手がたくさんあります。これらを組み合わせていろいろな金額を作ることを考えます。たとえば，50 円切手 3 枚と 80 円切手 1 枚で 230 円を作ることができます。金額は 10 円単位を考えるものとします。ただし，使わない切手があってもよいものとします。

(1) 作ることができない金額の中で，もっとも高い金額は何円ですか。

(2) 1500 円の作り方は，全部で何通りありますか。

(1) 予習シリーズの別解です。

・10～80 を周期として右の図のように数字を並べます。

・右はしの 80の下は 80の倍数で，80円だけを使ってできる金額です。

↓

$\boxed{\text{80}\underbrace{\ }_{\text{から}}\text{下を全て消します。}}$

・50の倍数（50，100，150……）を □ で囲みます。□ より下の数は「□ +80の倍数」でつくられる数

↓

$\boxed{\square\underbrace{\ }_{\text{から}}\text{下を全て消します。}}$

10	20	30	40	$\boxed{50}$	60	70	$\boxed{80}$
90	$\boxed{100}$	110	120	130	140	$\boxed{150}$	160
170	180	190	$\boxed{200}$	210	220	230	240
$\boxed{250}$	260	270	280	290	$\boxed{300}$	310	320
330	340	$\boxed{350}$	360	370	380	390	400
410	420	430	440	450	460	470	480
490	・・・・						

↓

青丸が作ることができない金額です。
この中で，もっとも高い金額は 270円です。

270円

(2)

50円切手を x 枚，80円切手を y 枚として式をつくります。

$50\times x+80\times y=1500$

10でわると

$\boxed{5\times x+8\times y=150}$

式を変形する

$\boxed{5\times x=150-8\times y}$

$150\div 8=18.\cdots\cdots$ より

y は 0から 18までの数です。

→ の式の $\boxed{y=0}$ を代入すると，

$8\times y=0$ より

$5\times x=150$

$\boxed{x=30}$ となり

$(x, y)=(30, 0)$ が 1組決まります。

ここで $5\times \overset{x}{8}=8\times \overset{y}{5}$ なので

x が 8減って，y が 5増えても

合計は変わりませんから下の表のようになります。

x 50円	30	22	14	6
y 80円	0	5	10	15

−8　−8　−8
+5　+5　+5

したがって，4通りです。

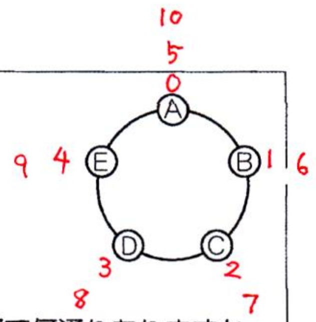
4通り

必修例題 4 ルール

Aにコマをおき，サイコロを投げて出た目が偶数ならば時計回りに，奇数ならば反時計回りに，それぞれ出た目の数だけコマを進めます。たとえば，はじめに2の目が出たらCに進み，次に3の目が出たらEに進みます。

(1) サイコロを2回投げてコマがAにくるような，サイコロの目の出方は全部で何通りありますか。

(2) サイコロを3回投げてコマがAにくるような，サイコロの目の出方は全部で何通りありますか。



(1)

Aを0，Bを1，Cを2 …… として，出た目を時計回りに進んだとして考えます。

例えば目が1のときEですが，これを時計回りに進んだとすると4になります。

これを表にすると下のようになります。

目	1	2	3	4	5	6
数	E 4	C 2	C 2	E 4	A 0	B 1

2回の「数の和」が0か5になる場合を考えます。

(i) 0になる場合 …… $\boxed{0=0+0}$ → (5,5)の1通り

(ii) 5になる場合 …… $\boxed{5=1+4}$ → (6,1)と(6,4)

(1,6)，(4,6)もあるので4通り

したがって，

1+4=5(通り)

$\boxed{5通り}$

(2)

左の表で，3回の「数の和」が0か5か10になる場合を考えます。

(i) 0になる場合 …… $\boxed{0=0+0+0}$

↓

(5,5,5)の1通り

(ii) 5になる場合 …… $\boxed{5=0+1+4}$ $\boxed{5=1+2+2}$

(5,6,1)と(5,6,4)のときです。

順番を考えると

1,5,6
1,6,5
5,1,6
5,6,1
6,1,5
6,5,1

の6通り

これも6通りなので計12通り

(6,2,2)(6,2,3)(6,3,3)のときです。

(6,2,2)と(6,3,3)はそれぞれ3通り

また，(6,2,3)は6通りです。

したがって，3×2+6=12通り

(iii) 10になる場合 …… $\boxed{10=2+4+4}$

(2,1,1)…ア　(2,1,4)…イ，(2,4,4)…ウ

(3,1,1)…エ　(3,1,4)…オ，(3,4,4)…カ

例えば(2,1,1)は

2,1,1
1,2,1
1,1,2

の3通り

→ ア，ウ，エ，カはそれぞれ3通りなので，

↓

3×4=12(通り)

また，(2,1,4)と(3,1,4)はそれぞれ6通りなので

$\underbrace{3通り\times2通り}_{6通り}\times1通り$

6×2=12通り

したがって，全部で

1+12+12+12+12=49(通り)

$\boxed{49通り}$

ステップアップ　道順の利用　　（3）は予習シリーズの別解です。

白石が2個と黒石が5個あります。この7個のご石を横1列に並べるとき，次の問いに答えなさい。

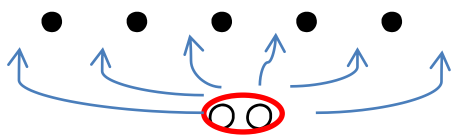
(1)　白石2個がとなりあっている並べ方は，全部で何通りありますか。

(2)　全部で何通りの並べ方がありますか。

(3)　右の図のように，①から⑥のどの線で区切っても，区切られた左側の石が必ず黒石が白石より多くなるような並べ方は何通りありますか。

●|●|○|●|●|○|●
①②③④⑤⑥

(1) まず、黒石　5　個を並べ，縄でしばった白石　2個を図のように黒石の両端や間に並べます。



両端が　2か所，間が　4か所で，2個の白には順番がないので，そのまま，

$2+4=6$　通り

6通り

(2) 全部並べたときの個数は　7　個ですから　7　個入る箱をかきます。

（例）

	○			○		

ここから，2　個の白石の場所を決めれば黒石の場所は自動的に決まります。

↓

7から2選ぶ方法

$\frac{7\times6}{2\times1}=21$　通り

21通り

(3)　白石が　2個なので同数の黒石を左に並べてしまいます。

残り

●● | ●●●○○

残りの　5　個のうち白　2　個の場所を決めれば自動的に黒が決まります。

A B C D E

AB　●●　○○|●●●
AC　●●　○●○●●
AD　●●　○●●○●
AE　●●　○●●●○
BC　●●　●○○●●
BD　●●　●○●○●
BE　●●　●○●●○
CD　●●　●●○○●
CE　●●　●●○●○
DE　●●　●●●○○

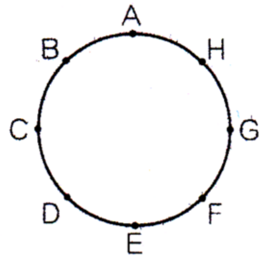
白石が　AB　にあるとき赤線の場所で切ったとき黒白が同数になってしまいます。

したがって，必ず黒石が白石より多くなるのはこの　9　通りです。

9通り

ステップアップ　　図形と場合の数

右の図のように円周を８等分する点Ａ～Ｈがあります。このうち３つの頂点を結んで三角形を作ります。



(1)　三角形は全部で何個できますか。

(2)　直角三角形は何個できますか。

(3)　合同な三角形を１種類とすると，何種類の三角形ができますか。

(1)　8個の点から3個選びます。
ここで、例えば A.B.C を選んだとすると

A,B,C
A,C,B
B,C,A
B,A,C
C,A,B
C,B,A

この6つは同じ三角形になるので、6でわります

とにかく選ぶ それに6でわる。

⇒ □□□ 8通り × 7通り × 6通り ⇒ $\frac{8\times7\times6}{6}=56$

$6 = 3\times2\times1$

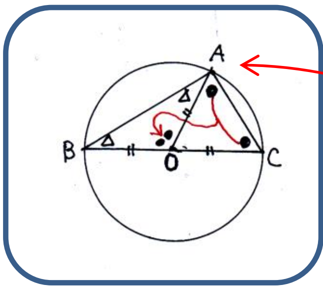
↓

56個

ポイント

2個選んだときは2でわり
3個選んだときは6でわります。

$\boxed{56個}$



左の図で，Ｏは円の中心でＢＣは直径です。

ＯＣ＝ＯＡ＝ＯＢ＝半径なので２つの三角形は二等辺三角形です。

三角形の内角の和は１８０度より，

●＋●＋△＋△＝１８０度　→　●＋△＝９０度

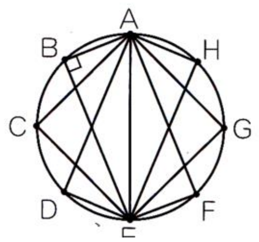
よって，角Ａは直角

(2)　上の説明より，直径を１辺とする三角形はすべて直角三角形になります。
直径を１辺とする三角形は下の図のように６通りで、直径は，ＡＥ，ＢＦ，ＣＧ，ＤＨの４通りあるので，

直角三角形の個数は

６ｘ４　＝２４個

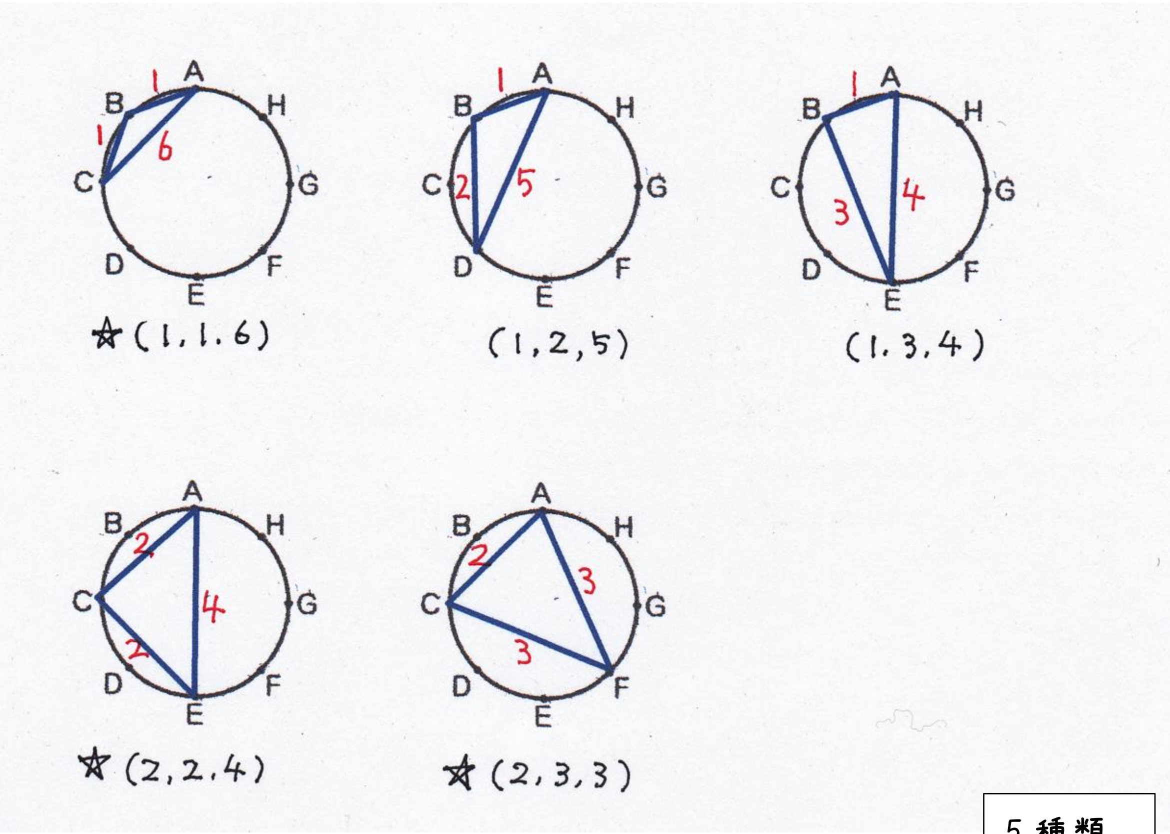
$\boxed{２４個}$



(3) 合同な三角形を1種類とすると，何種類の三角形ができますか。

★3辺の辺の長さで三角形の種類を区別します。

頂点Aを基準にして考えると下の5種類になります。
(☆印の3個は二等辺三角形になります。)



5種類