

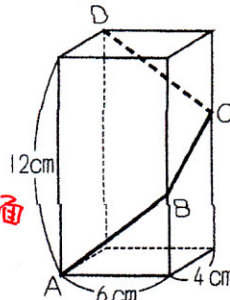
必修例題 2 展開図の応用(立体表面上の最短距離)

次の問いに答えなさい。

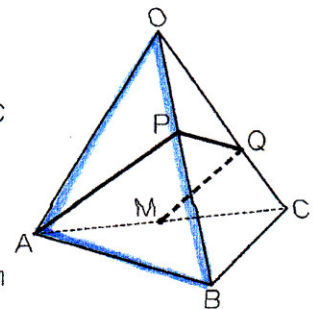
(1) (図1) のような直方体があります。この直方体の底面の1つの頂点Aから、上の面の頂点Dまで糸をピンと張りました。Cの高さは何cmですか。

(2) (図2) のような1辺の長さが10cmの正四面体O-ABCがあります。辺ACのまん中の点をMとし、辺OB, OC上にそれぞれ点P, Qをとります。

直線AP, PQ, QMの長さの和が最小になるとき、AP:PQ:QMの比を求めなさい。

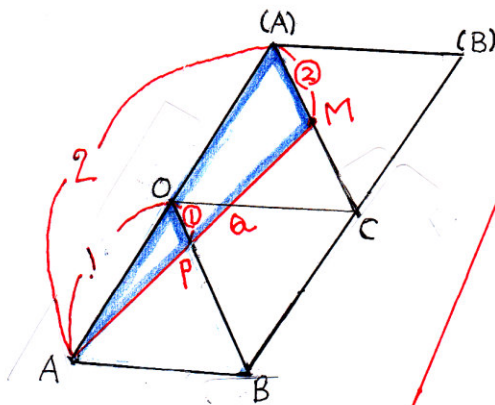


(図1)



(図2)

(2)



展開図の書き方はいろいろありますが、ここでは 三角形OABを元にして OB, OC, ACに面をくっつけていきます。

ACのまん中にMをとり、AとMを結ぶ。直線がOB, OCと交わる点がそれぞれP, Qです。

このとき、AP + PQ + QMが最小になります。
(最短距離)

まず上の青色部分において、三角形AOPとA(A)Mは 1:2の相似形なので

$$OP : (A)M = 1 : 2$$

Mは(A)Cのまん中の点なので

(AM)の長さは5cm

②が5cmなので

①は2.5cm

…… OPの長さ

次に、三角形OQPと三角形CQMに着目します。

2つの三角形は70°型の相似形です。

$$OP = 2.5 \text{ cm}$$

$$CM = 5 \text{ cm}$$

$$OP : CM = 2.5 : 5 = 1 : 2$$

$$PQ : QM = 1 : 2$$

次に、三角形OQPと三角形BAPに着目します。

2つの三角形は70°型の相似形です。

$$OP = 2.5 \text{ cm}$$

$$PB = 10 - 2.5$$

$$= 7.5 \text{ cm}$$

$$OP : PB = 2.5 : 7.5 = 1 : 3$$

$$PQ : AP = 1 : 3$$

$$\frac{AP : PQ : QM}{3 : 1 : 2} = \frac{3 : 1 : 2}{3 : 1 : 2}$$

$$3 : 1 : 2$$