

ある数を

4で割ると3あまり, 5で割ると1あまる3けたの整数について, 次の問いに答えなさい。

- (1) このような整数の中で, 最も小さい整数はいくつですか。
- (2) このような整数の中で, 小さい方から7番目の整数はいくつですか。
- (3) このような整数をすべて加えると, その和はいくらになりますか。

(1) ある数を  $\square$  とすると 4で割ると3あまる数は

$$4 \overline{) \square} \begin{array}{r} A \dots 3 \\ \square \end{array} \Rightarrow \square = 4 \times A + 3 \text{ となります。}$$

Aに0から数字を入れていきまあと

$$\begin{aligned} \square &= 4 \times 0 + 3 = 3 \\ 4 \times 1 + 3 &= 7 \\ 4 \times 2 + 3 &= \textcircled{11} \\ 4 \times 3 + 3 &= 15 \\ 4 \times 4 + 3 &= 19 \\ 4 \times 5 + 3 &= 23 \\ 4 \times 6 + 3 &= 27 \\ 4 \times 7 + 3 &= \textcircled{31} \end{aligned}$$

同様に5で割ると1あまる数は

$$5 \overline{) \square} \begin{array}{r} B \dots 1 \\ \square \end{array} \Rightarrow \square = 5 \times B + 1$$

$$\begin{aligned} \square &= 5 \times 0 + 1 = 1 \\ 5 \times 1 + 1 &= 6 \\ 5 \times 2 + 1 &= \textcircled{11} \\ 5 \times 3 + 1 &= 16 \\ 5 \times 4 + 1 &= 21 \\ 5 \times 5 + 1 &= 26 \\ 5 \times 6 + 1 &= \textcircled{31} \end{aligned}$$

2つに共通している数は11がはじめの数で, その後は4と5の最小公倍数の20ごとに出現します。

$$\begin{array}{ccccccc} 11 & 31 & 51 & 71 & 91 & \textcircled{111} & \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \\ 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & \end{array}$$

↑ 3けたで最も小さい数

111

(2) (20を公差とみる)  
等差数列と考えることができます。  
このような整数とは3けたですから  
初項を111, 公差20の等差数列を  
考えます。

$$\begin{array}{ccccccc} 111 & 131 & 151 & \dots & \square & & \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & & & \downarrow & & \\ 20 & 20 & & & \text{7番目} & & \end{array}$$

$$111 + 20 \times (\underbrace{7}_{\text{問の数}} - 1)$$

$$= 231$$

231

(3) 3けたの最大の数を探します。

20を公差の数列であらう

$$1000 \div 20 = 50 \text{ より}$$

$$11 + 20 \times (50 - 1) = 991 \leftarrow \text{最大}$$

$$111, \underbrace{131}_{20}, \underbrace{151}_{20}, \dots, \underbrace{991}_{20}$$

991は107番目か?

$$(991 - 111) \div 20 = 44 \leftarrow \text{問の数}$$

$$44 + 1 = 45 \text{ (番目)}$$

ガウスの計算

$$\begin{array}{cccc} (111 + 991) \times 45 \div 2 = 24795 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{はじめ} \quad \text{おわり} \end{array}$$

24795