

最大公約数と最小公倍数の研究(1)

ある整数Aと72の最大公約数は12です。これについて、次の問いに答えなさい。

- (1) この2つの整数の最小公倍数が360であるとき、Aはいくつですか。
- (2) Aとして考えられる整数のうち、3けたで最も小さい整数はいくつですか。
- (3) Aとして考えられる整数のうち、500より小さい整数は全部で何個ありますか。

(1) 連除法の形にします。

Aを12で割った商をaとすると

$$\begin{array}{r|l} 12 & A \quad 72 \\ \hline & a \quad 6 \end{array}$$

最小公倍数が360ですから

$$12 \times a \times 6 = 360$$

$$72 \times a = 360$$

$$a = 5 \text{ となります。}$$

$$A = 12 \times a \text{ より}$$

$$A = 12 \times 5 = 60$$

60

(2) 3けたの最小の数は100ですから

$$100 \div 12 = 8 \text{ 残り } 4 \text{ より } a \text{ は } 9 \text{ より大きい数です。}$$

$$\begin{array}{r|l} a \text{ が } 9 \text{ の場合} & 12 & A & 72 \\ \hline & 3 & 9 & 6 \\ & & 3 & 2 \end{array}$$

最大公約数は
 $12 \times 3 = 36$

となり12が最大公約数でなくなってしまいます。

aは6と互いに素でなければなりません。(1以外の公約数を持たない)

$$\text{すると } a \text{ の最小の数は } 11 \text{ となりますから } A = 12 \times 11 = 132$$

132

(3)

$$\begin{array}{r|l} 12 & 500 \text{ より小さい数 } a \quad 72 \\ \hline & a \quad 6 \end{array}$$

ですからaは

$$500 \div 12 = 41 \text{ 残り } 8 \text{ より}$$

41以下の数です。

そして(2)と同様に6と素の数です。

$6 = 2 \times 3$ なのでaは2でも3でも割り切れない数です。

原始的に数えあげていきますと

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 5 & 7 & 11 & 13 & 17 & 19 & 23 & 25 \\ \hline 4 & 2 & 4 & 2 & 4 & 2 & 4 & 2 & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 29 & 31 & 35 & 37 & 41 \\ \hline 2 & 4 & 2 & 4 \end{array}$$

以上の14個です。

14個

注「6で割るとあまりが1または5になる整数」となりますが、この程度の数は数え上げに
方が実戦的です。

覚え得