

最大公約数と最小公倍数の研究(2)

2つの分数 $5\frac{5}{8}$ と $1\frac{7}{20}$ があります。これについて、次の問いに答えなさい。

- (1) この2つの分数にそれぞれ異なる整数をかけて、その積が等しくなるようにしたいと思います。
それぞれどんな整数をかければよいですか。最も小さい整数を答えなさい。
- (2) この2つの分数に同じ分数をかけて、その積がともに整数になるようにしたいと思います。
どんな分数をかければよいですか。最も小さい分数を答えなさい。

(1) 異なる整数を A, B とすると

$$5\frac{5}{8} \times A = 1\frac{7}{20} \times B$$

$$\downarrow$$

$$\frac{45}{8} \times A = \frac{27}{20} \times B \quad (\text{両辺が1になるようにします。})$$

$$\downarrow$$

$$\frac{8}{45} \quad \frac{20}{27}$$

$$\frac{8}{45} : \frac{20}{27} = \frac{24}{3 \times 5 \times 9} : \frac{100}{3 \times 5 \times 9}$$

$$= 24 : 100$$

$$= 6 : 25$$

したがって最も小さい整数は 6 と 25 となります。

6 と 25

(2) かける分数を $\frac{\Delta}{\square}$ とします。

$$\frac{45}{8} \times \frac{\Delta}{\square} \quad \text{---- (P)}$$

$$\frac{27}{20} \times \frac{\Delta}{\square} \quad \text{---- (Q)}$$

「 $\frac{\Delta}{\square}$ が最小」ということは $\frac{\Delta}{\square} \leftarrow \begin{matrix} \text{最小} \\ \text{最大} \end{matrix}$

Δ は (P) と (Q) の分母である 8 と 20 を約分して 1 にする数
ですから 8 と 20 の **最小公倍数** です。

$$8 \text{ と } 20 \text{ の最小公倍数は } 40 \text{ より } \Delta = 40$$

また $\square$ は 45 の約数であって、27 の約数でもありますから
45 と 27 の **公約数**。

その最大ですから **最大公約数** です。

$$45 \text{ と } 27 \text{ の最大公約数は } 9 \text{ ですから } \square = 9$$

$$\text{したがって求める分数は } \frac{40}{9} = 4\frac{4}{9}$$

$4\frac{4}{9}$