

必修例題 2 円周上の旅人算と比②

池のまわりをA君とB君が反対方向に走ると6分ごとに出会い、同じ方向に走ると24分ごとにA君がB君を追いつてしまいます。

- (1) A君とB君の速さの比を求めなさい。
- (2) A君がこの池のまわりを1周するのにかかる時間は何分ですか。
- (3) A君とB君が同じ地点から同時に反対方向に走るとき、スタート地点で再び2人が出会うのは、出発してから何分後ですか。また、それはA君がこの池を何周したときですか。

(1) 池のまわりの長さを1, A君の速さをA, B君の速さをBとします。

反対方向に走って6分で 出会う。

↓
旅人算の出会い ですから 速さの和 です。

$$\begin{array}{c|c} 1 & \\ \hline \text{速さの和} & 6 \text{分} \\ \text{A+B} & \end{array} \Rightarrow A+B = \frac{1}{6} \dots (ア)$$

同じ方向で、A君がB君を24分で 追いつく。

↓
旅人算の追いつき ですから 速さの差 です。

$$\begin{array}{c|c} 1 & \\ \hline \text{速さの差} & 24 \text{分} \\ \text{A-B} & \end{array} \Rightarrow A-B = \frac{1}{24} \dots (イ)$$

(ア)と(イ)から直接和差算をしても出ますが、 $(A+B) : (A-B)$ をまが出した方が簡単です。

$$(A+B) : (A-B) = \frac{1}{6} : \frac{1}{24} = 4 : 1$$

⇒ 和差算

$$\begin{array}{l} A \text{ ----- } \\ B \text{ ----- } \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{和が4} \\ \text{差が1} \end{array} \right\} 4$$

$$\begin{aligned} A &= (4+1) \div 2 = 2.5 \\ B &= 4 - 2.5 = 1.5 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} 2.5 : 1.5 \\ = 5 : 3 \end{array} \right\}$$

5:3

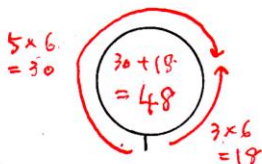
(2) ここで池のまわりの長さを求めます。

反対方向に走ったときおたがいに6分ずつ走ったところで出会っています。

つまり A君 $\rightarrow 5 \times 6 = 30$

速さ B君 $\rightarrow 3 \times 6 = 18$

$30 + 18 = 48$ を池のまわりの長さとしてます。



Aの速さは5/分なので
1周にかかる時間は
 $48 \div 5 = 9.6$ (分)

9.6 分

9.6分と16分と和に直してから
最小公倍数を出しその後分に戻せばよい!

(3)

A君とB君のそれぞれ1周する時間を知りたい。

A君は(2)より9.6(分)

B君は $48 \div 3 = 16$ (分)

9.6と16の最小公倍数の48分ごとに
出発地点で出会います。

A君は $48 \div 9.6 = 5$ (周) するようになります。

48分後、5周

$$\begin{aligned} 9.6 &= 9 \frac{6}{10} \\ &= 9 \frac{3}{5} \\ &= \frac{48}{5} \end{aligned}$$

⇒ 5をかけるとう整数値(48)になる。既約分数にしたから!