

必修例題 6 最大公約数と最小公倍数

次の問いに答えなさい。

- (1) 2つの整数 84 と A があります。この2つの整数の最大公約数は 14 で、最小公倍数は 420 です。このとき、整数 A はいくつですか。
- (2) 2つの整数 A, B があります。A と B の最大公約数は 6、最小公倍数は 576 です。A は B より大きいものとして、考えられる整数 A をすべて求めなさい。
- (3) 2つの整数 20, A の最小公倍数が 180 のとき、考えられる A をすべて求めなさい。

(1) $14 \overline{) \begin{array}{r} 84 \ A \\ \Delta \ a \end{array}}$

$\Delta = 84 \div 14 = 6$

$14 \times \Delta = 84$
 $14 \times a = A$
 $14 \times \Delta \times a = 420$

$14 \times 6 \times a = 420$
 $84 \times a = 420$
 $a = 420 \div 84 = 5$

$A = 14 \times a$ より
 $A = 14 \times 5 = 70$

70

(2) $6 \overline{) \begin{array}{r} A \ B \\ a \ b \end{array}}$ とすると、
 $A = 6 \times a$
 $B = 6 \times b$ $A > B$

a と b は互いに素

$6 \times a \times b = 576 \rightarrow a \times b = 96$
 6 をわけた。

a と b は 96 の約数なので、2つの積を分解すれば

- $1 \times 96 \dots 0$ $4 \times 24 \dots \times$
- $2 \times 48 \dots \times$ $6 \times 16 \dots \times$
- $3 \times 32 \dots 0$ $8 \times 12 \dots \times$

この中で互いに素になっているのは 0 と 96 の

1×96 と 3×32 です。

$A > B$ ですから a は 32 と 96 が考えられます。

よって、

$A = 6 \times 32 = 192$

$A = 6 \times 96 = 576$

192, 576

(3) 最大公約数を G とすると、

$G \overline{) \begin{array}{r} 20 \ A \\ \Delta \ a \end{array}} \rightarrow G \times \Delta = 20$
 $G \times a = A$

$G \times \Delta \times a = 180$

代入する

$20 \times a = 180 \rightarrow a = 9$

$G \overline{) \begin{array}{r} 20 \ A \\ \Delta \ 9 \end{array}}$

$G \times 9 = A$

Δ は 20 の約数で、 Δ と 9 は互いに素なので

Δ は 1, 2, 4, 5, 10, 20 が考えられます。

$G \times \Delta = 20$ より

$\Delta = 1$ のとき $G = 20$ $A = 20 \times 9 = 180$

$\Delta = 2$ のとき $G = 10$ $A = 10 \times 9 = 90$

$\Delta = 4$ のとき $G = 5$ $A = 5 \times 9 = 45$

$\Delta = 5$ のとき $G = 4$ $A = 4 \times 9 = 36$

$\Delta = 10$ のとき $G = 2$ $A = 2 \times 9 = 18$

$\Delta = 20$ のとき $G = 1$ $A = 1 \times 9 = 9$

9, 18, 36, 45, 90, 180