

必修例題 5 素因数分解と約数の個数

次の問いに答えなさい。

(1) 次の①, ②の整数の約数の個数を求めなさい。

- ① 42 ② 432

(2) 9の約数は {1, 3, 9} の3個です。このように約数を3個もつ整数を小さい順に並べるとき、5番目の数を求めなさい。

(3) 21の約数は {1, 3, 7, 21} の4個です。このように約数を4個もつ整数を小さい順に並べるとき、21は何番目の数ですか。

同じ数を何回かかけるときの表し方とそのよび方

3×3 は 3^2 と表し、3の2乗^{じょう} とよびます。

$5 \times 5 \times 5$ は 5^3 と表し、5の3乗 とよびます。

$3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$ は $3^2 \times 5^3$ と表します。

覚えてしまおう。

(1) 5年予習シリーズ(上) 第14回の復習す。

① $a \times b = 42$ で a と b は 42の約数です。

- 1×42
 - 2×21
 - 3×14
 - 6×7
- この8個が 42の約数 です。

8個

② ①と同様にかけて 432になる2数をみつけてもいいのですが大変です。素因数分解をして以下のように求めます。

$a^m \times b^n$ の約数の個数は $(m+1) \times (n+1)$ 公式です!

$$432 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^3$$

(2) a^2 の約数の個数は $2+1=3$ (個) なので

約数が3個の整数は $a \times a$ (a は同じ素因数)の形をとっています。

したがって、小さい順に

- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $5 \times 5 = 25$
- $7 \times 7 = 49$
- $11 \times 11 = 121$

より、5番目の数は121です。

121

→ 約数の個数は $(4+1) \times (3+1) = 20$ (個)

20個

(3) a^3 の約数の個数は $3+1=4$ (個)

また、異なる素因数 $a \times b$ の約数の個数は

$a^1 \times b^1$ と表すと $(1+1) \times (1+1) = 4$ (個)

.....
・ a^3 のとき

$$2 \times 2 \times 2 = 8 \dots 2$$

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

・ $a \times b$ のとき

$$2 \times 3 = 6 \dots 1$$

$$2 \times 5 = 10 \dots 3$$

$$2 \times 7 = 14 \dots 4$$

$$3 \times 5 = 15 \dots 5$$

$$3 \times 7 = 21 \dots 6 \text{ 番目}$$

6番目