

必修例題 4 割り算のあまりと約数

- (1) ある数で 53 を割ると 5 あまり, ある数で 80 を割ると 8 あまりの整数は何個ありますか。
- (2) 61, 97, 151 の 3 つの数を, 同じ数でそれぞれ割ったとき, 割り切れず, あまりは等しくなりました。割った数として考えられる最大のものを求めなさい。
- (3) 99 を 98 で割ると商とあまりがともに 1 になります。このように, 99 を整数 a で割ると, 商とあまりが同じ b になるような (a, b) の組み合わせを, $(98, 1)$ 以外にすべて求めなさい。

(1) 「ある数で」という言葉が省かれています。

$$\begin{array}{r} \dots 5 \\ \square \overline{)53} \\ \underline{50} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} \dots 8 \\ \square \overline{)80} \\ \underline{72} \\ 8 \end{array}$$

わると わると

$53-5=48$ $80-8=72$

48 と 72 なら \square でわり切れる
 \downarrow
 \square は 48 と 72 の 公約数 で
 あまりの 8 より大きい数 です。

48 と 72 の 最大公約数 は
 24 なので, その約数 は

- ~~1×24~~
- ~~2×12~~
- ~~3×8~~

8 より大きい数は 12 と 24 の
 2 個です。

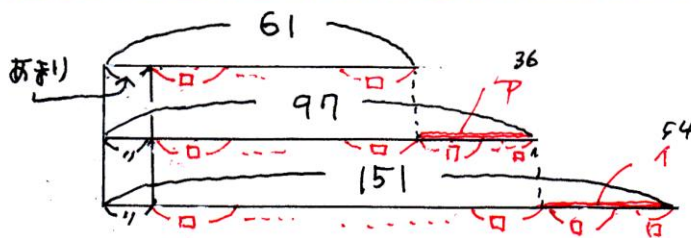
2 個

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)48, 72} \\ 2 \overline{)24, 36} \\ 2 \overline{)12, 18} \\ 3 \overline{)6, 9} \\ 2 \overline{)3} \end{array}$$

最大公約数の約数が 2 個の公約数に等しい ます。

(2) 共通のあまり部分を左はしにそろえて書きます。

あまりを除いた部分は「ある数 \square 」でわり切れますから 図の ア, イ の部分も「ある数 \square 」でわり切れます。



アの長さ $\dots 97-61=36$ 。
 イの長さ $\dots 151-97=54$

\square は 36 と 54 の 公約数 です。

その 最大 のものを求めますから
 36 と 54 の 最大公約数 です。
 $2 \times 3 \times 3 = 18 \dots \square$ の最大

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)36, 54} \\ 18 \overline{)18, 27} \end{array}$$

18

(3) 重要!

$$\begin{array}{r} b \dots b \\ a \overline{)99} \\ \downarrow \\ 99 = a \times b + b \quad (a > b) \end{array}$$

$b \times (a+1) = 99$

2 数をかけて 99 に
 なるので,
 b と $(a+1)$ は 99 の
約数 です。

- 1×99
- 3×33
- 9×11
- \downarrow
- $(a, b) = (98, 1)$ 例
- $(32, 3)$
- $(10, 9)$
- この 2 つ

$(32, 3), (10, 9)$