

必修例題4 割り切る回数と素因数分解

$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times N$ と、1からある整数Nまで順にかけた積をAとします。

- (1) ある整数Nまでかけたところ、Aは156で割り切れました。 Nとして考えられる整数のうちで一番小さな整数を求めなさい。
- (2) $N=30$ のとき、Aを3で割り続けると、何回目で商が整数でなくなりますか。 注意!
- (3) (2)のとき、Aは一の位から連続して何個の0が並んでいますか。

(1) $\frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times N}{156}$ の分母が
約分されて1になる。

分母の156を素因数分解

すると

$2 \times 2 \times 3 \times 13$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)156} \\ 2 \overline{)78} \\ 3 \overline{)39} \\ 13 \end{array}$$

この13が約分されるには
分子に13がなければならな
いのを13までかけたとき
になります。

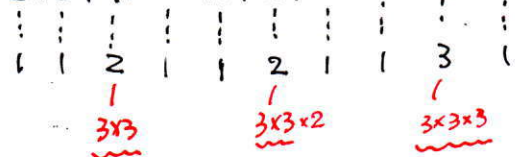
$N=13$

13

$$\frac{1 \times \overset{1}{2} \times \overset{1}{3} \times \overset{2}{4} \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times \overset{1}{12} \times \overset{1}{13}}{\overset{1}{2} \times \overset{1}{2} \times \overset{1}{3} \times \overset{1}{13}}$$

3の個数は(3)のように数えあげて
できます。

3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27. 30



15回目

(2) $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 30$ の中
3が何個あるかを調べます。

まず3を1個はもっている数字

3の倍数の個数

$30 \div 3 = 10$ (個) ... (ア)

3を2個はもっている数字
(例えば $3 \times 3 = 9$)

9の倍数の個数

$30 \div 9 = 3 \dots$ より 3個 ... (イ)

3を3個はもっている数字
(例えば $3 \times 3 \times 3 = 27$)

27の倍数の個数

$30 \div 27 = 1 \dots$ より 1個 ... (ウ)

(ア)(イ)(ウ)より 3の個数は

$10 + 3 + 1 = 14$ (個)

何回目で商が整数でなくなるか
と問われているので

$14 + 1 = 15$ (回目)

(3) 0が1つできるには 2×5 のセット
が1個必要です。

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 30$
の中に明らかに2の個数の方
が多いので5の個数を調べ
ればよい。

- 5 ... 1個
- 10 ... 1個
- 15 ... 1個
- 20 ... 1個
- 25 ... 2個 (5×5 より)
- 30 ... 1個

5の個数は7個より
 2×5 のセットが7個できると
0が7個並びます。

7個

計算で個数を出すには
5の倍数の個数
 $30 \div 5 = 6$ (個) ... ア
 $5 \times 5 = 25$ の倍数の個数は
 $30 \div 25 = 1 \dots$ より 1個 ... イ
ア+イより7個になります。